Пушкин Сергей Александрович
Шириков Евгений Николаевич

Задачник для шестых классов ГОУ ЦО № 57 «Пятьдесят седьмая школа»

Москва
2011 – 2012 учебный год

Оглавление.

Глава 1. Повторение и углубление. 1
Дроби обыкновенные 1
Взаимно обратные числа 10
Дробные выражения 11
Задачи на совместную работу 13
Дроби десятичные 15
Напоминание: о позиционной системе счисления 17
Десятичные дроби и метрическая система мер 18
Сравнение десятичных дробей 20
Арифметика десятичных дробей 21
Быстрые вычисления с десятичными дробями 26
Округление десятичных дробей 38
Задачи на движение 44
Среднее арифметическое 51
Средняя скорость 54
Сложные задачи на среднюю скорость 56
Введение в алгебру. Элементарные уравнения 57
Комбинаторика 62
Перестановки 67

Глава 2. Проценты. 73
Концентрация 82
Проценты и десятичные дроби 85
Решение задач с помощью «цепочек» 97
Задачи на сплавы и концентрацию 101
Исторические задачи. (Задачник Е.С. Березанской, 1953 год.) 102

Глава 3. Пропорция. 104
Отношение 104
Пропорция 107
Основное свойство пропорции 108
Масштаб 112
Прямая и обратная пропорциональные зависимости 115
Сложная зависимость 121
Пропорции и проценты 123
Пропорциональное деление 125

Глава 4. Отрицательные числа. 138
Сложение и вычитание. 138
Умножение и деление. 143
Числовая прямая: модуль и противоположные числа. Сравнение чисел. 155

Глава 5. Введение в алгебру. 160
Раскрытие скобок и приведение подобных слагаемых. 160
Решение уравнений 168
Текстовые задачи 175
Сумма углов треугольника. Равнобедренный треугольник. 186
Который час? 187

Глава 6. Весёлые картинки. 188
Множества точек на координатной прямой 188
Множества точек на координатной плоскости 190
Элементарные площади на координатной плоскости 193

Приложение. Варианты городской контрольной работы за шестой класс. 195

Глава 1.
Повторение и углубление.

Дроби обыкновенные.

1.1. По определению обыкновенной дроби найдите часть от целого:

А) $\frac{2}{3}$ от 15 Б) $\frac{5}{12}$ от 36 В) $\frac{35}{57}$ от 114 Г) $\frac{3}{8}$ от 120 Д) $\frac{1}{2}$ от $\frac{1}{6}$

1.2. По определению обыкновенной дроби найдите целое, если

А) $\frac{1}{8}$ составляет 6 Б) $\frac{7}{8}$ составляет 35 В) $\frac{11}{19}$ составляет 33

Г) $\frac{78}{145}$ составляет 78 Д) $\frac{12}{13}$ составляет 48 Е) $\frac{23}{99}$ составляет 69

1.3. Какую часть составляет одно число от другого? Представьте ответ в виде несократимой обыкновенной дроби.

А) 20 от 40 Б) 2 от 12 В) 9 от 15 Г) 57 от 76 Д) 31 от 56
Е) 1 от 100 Ё) 2 от 100 Ж) 10 от 100 З) 25 от 100 И) 91 от 100

1.4. Пастор Шлаг прошёл на лыжах 1200 м, что составляло $\frac{3}{8}$ всего пути. Какой путь прошёл пастор Шлаг? (Штирлиц всё это время смотрел ему вслед. И думал.)

1.5. На свой день рождения Алиса купила 560 кг фруктов (на весь класс). Из них $\frac{4}{7}$ составляют яблоки, а остальное – апельсины. Сколько килограммов апельсинов купила Алиса. Какую часть от всех фруктов составляют апельсины?

1.6. Свая возвышается над водой на 1,5 м, что составляет $\frac{3}{16}$ длины всей сваи. Какова длина сваи?

1.7. После того как брокер продал $\frac{3}{8}$ акций своего клиента, у него осталось ещё 1200 акций. Сколько акций было у брокера первоначально?

1.8. Длина дороги 84 км. За первый день бригада рабочих отремонтировала $\frac{5}{12}$ дороги, а за второй день – $\frac{5}{14}$ дороги. Сколько километров осталось отремонтировать?

1.9. Гриша прочитал 280 страниц, что составляет $\frac{7}{15}$ книги, которую читает Гриша. Сколько страниц ему осталось прочитать?

Окрашенный куб с ребром 10 см распилили на кубики с ребром 1 см. Сколько среди них окажется кубиков с одной окрашенной гранью? С двумя? С тремя? Сколько будет кубиков, у которых ни одна грань не окрашена?

1.10. Сколько градусов составляет $\frac{4}{15}$ прямого угла? Сколько градусов составляет $\frac{7}{20}$ развёрнутого угла? Нарисуйте эти углы с помощью транспортира.

1.11. Федя читает книжку, в которой 720 страниц. За первый день он прочитал $\frac{5}{12}$ всей книжки, а за второй – $\frac{7}{18}$ всей книжки. Сколько страниц ему осталось прочитать?

1.12. Заказанная работа была выполнена в 3 дня. В первый день было сделано $\frac{4}{15}$ всей работы, во второй – $\frac{5}{12}$ всей работы. Какая часть работы была сделана в третий день?

1.13. Рабочий за 4 дня окончил некоторую работу, сделав в первый день $\frac{3}{20}$ всей работы, во второй день $\frac{7}{40}$, а в третий – $\frac{3}{8}$. Какую часть работы он сделал в четвертый день?

1.14. В первый день турист прошёл 42 км, что составляет $\frac{7}{11}$ всего пути. Сколько километров осталось пройти туристу?

1.15. В первый день туристы прошли $\frac{5}{24}$ намеченного пути, а во второй день – $\frac{4}{5}$ того, что прошли в первый день. Какова длина маршрута, если во второй день туристы прошли 24 км?

1.16. А) Вася прочитал $\frac{13}{15}$ книги. Сколько страниц прочитал Вася, если в книге 195 страниц? Б) Вася прочитал 195 страниц, что составляет $\frac{13}{15}$ всей книги. Сколько страниц в книге?

1.17. А) Автомобиль проехал $\frac{23}{25}$ пути. Сколько км проехал автомобиль, если весь путь равен 575 км? Б) Автомобиль проехал 575 км, что составляет $\frac{23}{25}$ расстояния между двумя городами. Найдите расстояние между городами.

1.18. А) Длина отрезка AB равна $2\frac{3}{7}$ см, а длина отрезка CD составляет 0,7 длины отрезка AB. Найдите длину отрезка CD. Б) Длина отрезка CD равна $2\frac{3}{7}$ см и составляет 0,7 длины отрезка AB. Найдите длину отрезка AB.

1.19. $\frac{3}{5}$ от числа 12 составляет $\frac{1}{4}$ неизвестного числа. Найдите это число.

Восстановите повреждённую запись умножения в столбик:

$$\begin{array}{rcccc} & & & 2 & 7 \\ \times & & & * & * \\ \hline & * & * & * & 8 \\ + & & * & * & \\ \hline & & 3 & * & * \end{array}$$

1.20. Какую часть от целого составляет треть от половины этого целого?

1.21. Представьте число 5 в виде суммы трех слагаемых так, чтобы первое слагаемое было вдвое больше второго и на $\frac{1}{3}$ меньше третьего.

1.22. Представьте число 7 в виде суммы трех слагаемых так, чтобы первое слагаемое было вдвое меньше второго и на $\frac{1}{6}$ больше третьего.

1.23. Бревно укоротили сначала на 0,3 его длины, а потом на $\frac{2}{5}$ остатка, после чего длина оставшейся части стала равна 2,1 м. Сколько метров отпилили от бревна второй раз?

1.24. Вася сначала истратил 0,7 своих денег, а потом – $\frac{2}{3}$ остатка, после чего у него осталось 54,3 р. Сколько денег Вася истратил во второй раз?

1.25. Кладовщик выдал первому рабочему 0,4 всей имевшейся проволоки, а второму – 0,75 остатка, после чего у него осталось еще 28,5 м проволоки. Сколько проволоки было первоначально?

1.26. В первый день на мельнице смололи 0,3 привезенного зерна, во второй – 0,3 остатка, а в третий – оставшиеся 10,78 ц. Сколько зерна смололи на мельнице за три дня?

1.27. А) Отрезок AB втрое короче отрезка CD, а сумма их длин равна 11 см. Найдите длину большего отрезка. Б) Длина отрезка AB в 1,7 раза больше длины отрезка CD, а сумма их длин 5,4 см. Найдите длину большего отрезка.

1.28. А) В коробку помещается вдвое меньше яблок, чем в корзину. Сколько яблок помещается в корзину, если в коробке и корзине 7,2 кг яблок? Б) В корзину помещается в 1,4 раза больше яблок, чем в коробку. Сколько яблок в корзине, если в коробке и корзине 7,2 кг яблок?

1.29. А) Который сейчас час, если оставшаяся часть суток в $1\frac{2}{5}$ раза больше истекшей? Б) Который сейчас час, если оставшаяся часть суток в $6\frac{1}{2}$ раза меньше истекшей?

1.30. Весёлый турист отправился на слёт, предполагая каждый день проходить треть всего пути, чтобы за 3 прибыть на место. В первый день он прошёл треть трети. Во второй день, устав, он прошёл не треть пути, а треть остатка. И в третий день он прошёл треть нового остатка. В результате ему осталось пройти ещё 32 км. Сколько километров от дома до места слёта?

Имеется 4 монеты. Из них 3 настоящие и одна фальшивая, отличающаяся от них по массе неизвестно в какую сторону. Как за два взвешивания на чашечных весах найти её?

Вычислите рациональным способом:

А) $1+2+3+...+999+1000$

Б) $57+58+59+...+156+157$

В) $1+2+3+...+(n-1)+n$

В Эрмитаже есть две лестницы: высота первой 13 м, а её длина (по горизонтали) – 20 м, а второй – соответственно 11 м и 22 м. На первой лестнице ступенек вдвое меньше, чем на второй. Обе лестницы покрыты ковровыми дорожками. Какая из дорожек длиннее?

1.31. Сформулируйте и запишите в тетради основное свойство дроби. Сократите дроби:

А) $\frac{96}{120}$ Б) $\frac{154}{198}$ В) $\frac{100}{175}$ Г) $\frac{25\cdot 99}{81\cdot 55}$ Д) $\frac{49\cdot 22\cdot 25}{33\cdot 28\cdot 35}$ Е) $\frac{36\cdot 52\cdot 38\cdot 49}{32\cdot 14\cdot 57\cdot 91}$

1.32. Сравните дроби. Вспомните методы сравнения обыкновенных дробей. В каждом случае объясните, каким методом Вы сравнили дроби.

А) $\frac{13}{15}$ и $\frac{12}{15}$ Б) $\frac{5}{17}$ и $\frac{5}{18}$ В) $\frac{3}{2}$ и $\frac{9}{10}$ Г) $\frac{16}{17}$ и $\frac{18}{19}$

Д) $\frac{11}{12}$ и $\frac{7}{9}$ Е) $\frac{1}{2}$ и $\frac{6}{11}$ Ё) $\frac{1}{2}$ и $\frac{7}{15}$ Ж) $\frac{5}{12}$ и $\frac{4}{9}$

З) $\frac{11}{18}$ и $\frac{8}{15}$ И) $\frac{9}{125}$ и $\frac{3}{43}$ Й) $\frac{4}{1001}$ и $\frac{6}{2005}$ К) $\frac{15}{77}$ и $\frac{10}{33}$

Л) $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{9}$ М) $\frac{3}{20}$ и $\frac{1}{6}$ Н) $\frac{1}{64}$ и $\frac{2}{135}$ О) $\frac{107}{238}$ и $\frac{345}{623}$

1.33. Вычислите:

А) $\frac{4}{7}+\frac{2}{7}$ Б) $\frac{8}{11}+\frac{7}{11}$ В) $4\frac{7}{11}+8\frac{9}{11}$ Г) $9\frac{10}{13}-7\frac{12}{13}$ Д) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

Е) $\frac{1}{4}+\frac{3}{16}$ Ё) $\frac{1}{20}+\frac{1}{4}+\frac{2}{5}$ Ж) $\frac{1}{18}+\frac{1}{24}$ З) $\frac{9}{13}+\frac{5}{26}+\frac{1}{78}$ И) $1\frac{7}{9}+3\frac{4}{7}$

Й) $4\frac{15}{49}-2\frac{3}{14}$ К) $28\frac{3}{4}-10\frac{2}{7}$ Л) $\frac{3}{16}\cdot 7$ М) $1\frac{1}{5}\cdot 3$ Н) $\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{6}$

О) $\frac{8}{15}\cdot\frac{25}{28}$ П) $\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{2}$ Р) $4\frac{1}{6}\cdot 8\frac{2}{5}$ С) $10\frac{2}{7}\cdot 1\frac{2}{9}$ Т) $3\frac{5}{9}\cdot 4\frac{7}{8}$

У) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$ Ф) $\frac{1}{4}:2$ Х) $150:225$ Ц) $3:\frac{1}{4}$ Ч) $\frac{5}{6}:\frac{7}{12}$

Ш) $3\frac{1}{2}:2\frac{1}{3}$ Щ) $\frac{7}{48}:6\frac{6}{7}$ Ъ) $15\frac{7}{24}:3\frac{7}{120}$ Ы) $2\frac{3}{23}:7\frac{21}{46}$ Ь) $\frac{11}{12}:\frac{7}{24}\cdot\frac{21}{22}$

1.34. Вычислите:

А) $\frac{13}{17}-\frac{4}{17}$ Б) $\frac{7}{10}+\frac{9}{10}$ В) $3\frac{7}{8}+8\frac{3}{8}$ Г) $17\frac{1}{4}-16\frac{3}{4}$ Д) $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}$

Е) $\frac{2}{3}+\frac{5}{9}$ Ё) $\frac{1}{4}+\frac{2}{25}+\frac{3}{100}$ Ж) $\frac{1}{45}+\frac{11}{60}$ З) $\frac{5}{96}+\frac{3}{16}+\frac{7}{24}$ И) $6\frac{2}{3}+8\frac{5}{7}$

Й) $7\frac{4}{25}-2\frac{3}{4}$ К) $75\frac{8}{15}-12\frac{7}{30}$ Л) $18\cdot\frac{7}{12}$ М) $4\frac{2}{7}\cdot 3$ Н) $\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{7}$

О) $\frac{8}{21}\cdot\frac{7}{10}$ П) $\frac{1}{3}\cdot 4\frac{1}{5}$ Р) $1\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{2}$ С) $3\frac{3}{5}\cdot 5\frac{5}{8}$ Т) $5\frac{1}{2}\cdot 8\frac{1}{11}$

У) $\left(4\frac{3}{4}\right)^2$ Ф) $\frac{20}{27}:5$ Х) $57:99$ Ц) $20:\frac{1}{25}$ Ч) $\frac{3}{16}:\frac{5}{12}$

Ш) $5\frac{1}{2}:3\frac{2}{3}$ Щ) $4\frac{3}{8}:5\frac{1}{4}$ Ъ) $20\frac{1}{7}:10\frac{1}{14}$ Ы) $2\frac{47}{49}:12\frac{3}{7}$ Ь) $\frac{15}{16}:\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{4}$

1.35. Найдите часть от целого:

А) $1\frac{1}{2}$ от 4 Б) $2\frac{1}{3}$ от 6 В) $4\frac{2}{3}$ от $1\frac{1}{2}$ Г) $\frac{6}{7}$ от $\frac{5}{11}$ Д) $12\frac{1}{4}$ от $6\frac{2}{7}$

С помощью какого арифметического действия находится часть от целого?

1.36. Какую часть от целого составляет $5/7$ от $8/11$ этого целого? Какую часть от целого составляет $8/11$ от $5/7$ этого целого? Сравните полученные ответы. Почему так получается?

1.37. Найдите целое, если

А) $\frac{1}{2}$ составляет $1\frac{1}{3}$ Б) $\frac{2}{3}$ составляет $\frac{8}{11}$ В) $\frac{4}{5}$ составляет $1\frac{1}{3}$

Г) $1\frac{1}{2}$ составляет 6 Д) $2\frac{2}{3}$ составляет 8 Е) $3\frac{2}{3}$ составляет 11

Ё) $4\frac{5}{7}$ составляет $5\frac{1}{2}$ Ж) $1\frac{8}{9}$ составляет $3\frac{1}{11}$ З) $5\frac{5}{7}$ составляет $6\frac{2}{3}$

С помощью какого арифметического действия находится целое по его части?

1.38. Какую часть составляет одного число от другого?

А) $\frac{1}{6}$ от $\frac{1}{2}$ Б) $2\frac{1}{2}$ от $3\frac{1}{3}$ В) 5 от $\frac{5}{7}$ Г) $\frac{5}{7}$ от 5 Д) $3\frac{2}{3}$ от $7\frac{1}{3}$

Е) $\frac{3}{4}$ от $\frac{5}{6}$ Ё) 8 от $10\frac{1}{2}$ Ж) 75 от 15 З) $\frac{1}{57}$ от $\frac{1}{3}$ И) 30 от 38

С помощью какого арифметического действия можно найти, какую часть составляет первое число от второго?

1.39. Сформулируйте и запишите в тетради правила нахождения части от целого, целого по его части. Сформулируйте и запишите в тетради, как найти, какую часть составляет первое число от второго.

Восстановите повреждённую запись умножения в столбик:

```
      * * *
×       * 8
-------------
    * * *
+ * * * *
-------------
  * * * * 0
```

1.40. Заполните таблицу.

Целое	Часть от целого как число	Часть от целого как дробь	Арифметическое действие
15		$\frac{2}{3}$	$15\cdot\frac{2}{3}=10$
	12	$\frac{3}{4}$	$12:\frac{3}{4}=12\cdot\frac{4}{3}=16$
20	14		$14:20=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$
30		$\frac{5}{6}$	
	27	$\frac{9}{13}$	
57	38		
$1\frac{4}{5}$		$\frac{5}{6}$	
	$1\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	
34	20		
$4\frac{2}{3}$		$1\frac{1}{2}$	
	$3\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	
$4\frac{1}{7}$	$2\frac{7}{11}$		
$5\frac{5}{7}$		$9\frac{4}{5}$	
	$\frac{5}{7}$	$1\frac{2}{5}$	
$5\frac{2}{3}$	$4\frac{1}{21}$		

1.41. Вычислите рациональным способом:

А) $11\cdot5\frac{3}{22}$ Б) $3\frac{6}{7}\cdot42$ В) $24\cdot1\frac{5}{96}$ Г) $13\cdot1\frac{7}{65}$ Д) $41\frac{3}{5}\cdot9$

Е) $45\cdot1\frac{7}{30}$ Ё) $68\cdot2\frac{3}{34}$ Ж) $19\cdot3\frac{1}{57}$ З) $8\cdot8\frac{7}{44}$ И) $75\cdot1\frac{7}{30}$

Й) $15\frac{3}{7}:3$ К) $4\frac{4}{5}:2$ Л) $57\frac{8}{9}:19$ М) $4\frac{48}{49}:2$ Н) $16\frac{48}{121}:8$

О) $50\frac{55}{137}:5$ П) $21\frac{9}{17}:3$ Р) $21\frac{9}{17}:7$ С) $34\frac{34}{35}:17$ Т) $45\frac{5}{13}:15$

У) $2\frac{1}{2}:\frac{1}{8}$ Ф) $10\frac{2}{99}:\frac{1}{9}$ Х) $11\frac{2}{11}:\frac{1}{4}$ Ц) $4\frac{3}{8}:\frac{1}{11}$ Ч) $12\frac{1}{13}:\frac{1}{3}$

Ш) $3\frac{19}{24}+5\frac{1}{9}+1\frac{5}{24}$ Щ) $7\frac{16}{35}-3\frac{11}{35}-5\frac{1}{56}$ Ъ) $4\frac{7}{45}+11\frac{4}{13}+8\frac{5}{26}+10\frac{2}{5}$

Ы) $3\frac{8}{9}\cdot1\frac{13}{15}\cdot1\frac{13}{14}$ Ь) $2\frac{19}{22}\cdot2\frac{5}{14}\cdot1\frac{5}{27}$ Э) $4\frac{1}{7}+5\frac{4}{9}+12\frac{6}{7}+3\frac{5}{11}+10\frac{5}{9}+11\frac{6}{11}+\frac{4}{7}$

1.42. Вычислите, используя дистрибутивный закон, а по-простому – вынесение за скобки общего множителя:

А) $57\cdot 83+43\cdot 83$ Б) $2\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{7}+2\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{7}$ В) $3\frac{4}{5}\cdot 3\frac{2}{19}+3\frac{4}{5}\cdot 1\frac{17}{19}$

Г) $57\cdot 123-57\cdot 23$ Д) $3\frac{4}{7}\cdot 16\frac{5}{8}-3\frac{4}{7}\cdot 9\frac{5}{8}$ Е) $7\frac{8}{17}\cdot 21\frac{16}{19}-7\frac{8}{17}\cdot 4\frac{16}{19}$

Ё) $123\frac{57}{58}\cdot\frac{1}{2}+123\frac{57}{58}\cdot\frac{1}{3}+123\frac{57}{58}\cdot\frac{1}{6}$ Ж) $\frac{4}{5}\cdot 16\frac{3}{20}+\frac{2}{3}\cdot 16\frac{3}{20}+\frac{8}{15}\cdot 16\frac{3}{20}$

З) $\frac{5}{6}\cdot 3\frac{1}{3}+\frac{7}{8}\cdot 3\frac{1}{3}+1\frac{7}{24}\cdot 3\frac{1}{3}$ И) $31\cdot 26+31\cdot 78-31\cdot 24$

Й) $\frac{2}{3}\cdot 27\frac{5}{7}+27\frac{5}{7}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\cdot 27\frac{5}{7}$ К) $1\frac{1}{2}\cdot 2\frac{5}{7}+3\frac{1}{3}\cdot 2\frac{5}{7}-2\frac{5}{7}\cdot 1\frac{5}{6}$

Л) $33\frac{1}{10}\cdot 4\frac{7}{8}+6\frac{9}{11}\cdot 33\frac{1}{10}-1\frac{61}{88}\cdot 33\frac{1}{10}$ М) $\frac{1}{2}\cdot 28\frac{1}{2}+28\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}-28\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\cdot 28\frac{1}{2}+1\frac{13}{60}\cdot 28\frac{1}{2}$

Н) $1\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{3}+1\frac{1}{2}\cdot 6\frac{2}{3}+8\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{3}+8\frac{1}{2}\cdot 6\frac{2}{3}$ О) $2\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+2\frac{1}{3}\cdot\frac{19}{26}+\frac{1}{2}\cdot\frac{11}{12}+\frac{19}{26}\cdot\frac{11}{12}$

1.43. Вычислите, раскрывая скобки:

А) $\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)\cdot 15$ Б) $\left(\frac{2}{7}+\frac{5}{21}\right)\cdot 21$ В) $\left(\frac{7}{12}-\frac{5}{9}\right)\cdot 12$

Г) $\left(\frac{3}{8}+\frac{5}{12}\right)\cdot 24$ Д) $\left(\frac{8}{11}-\frac{3}{22}\right)\cdot 44$ Е) $6\frac{1}{5}\cdot 4$

Ё) $10\cdot 5\frac{2}{5}$ Ж) $12\frac{9}{13}\cdot 13$ З) $\left(4\frac{2}{3}+5\frac{1}{2}\right)\cdot 6$

И) $\left(8-1\frac{1}{9}\right)\cdot 9$ Й) $\left(3\frac{3}{5}-2\frac{1}{15}\right)\cdot 5$ К) $\left(1\frac{14}{17}-1\frac{1}{34}\right)\cdot 34$

Л) $\left(2\frac{3}{4}+4\frac{1}{8}\right)\cdot 1\frac{5}{11}$ М) $1\frac{2}{5}\cdot\left(1\frac{1}{14}-\frac{5}{7}\right)$ Н) $4\frac{3}{8}\cdot\left(1\frac{3}{7}-\frac{34}{35}\right)$

Замените буквы в слове ТРАНСПОРТИРОВКА цифрами (разные буквы – разными цифрами, одинаковые – одинаковыми) так, чтобы выполнялись неравенства

$$Т > Р > А > Н < С < П < О < Р < Т > И > Р > О < В < К < А$$

Найдите все числа вида $5070*0*$**, которые делятся на 15.**

1.44. Вычислите рациональным способом:

А) $2\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}$ Б) $2\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+3\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}$ В) $2\frac{1}{7}\cdot3\frac{3}{4}+1\frac{6}{7}\cdot3\frac{3}{4}$

Г) $4\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{103}+2\frac{1}{15}\cdot\frac{15}{103}$ Д) $1\frac{1}{2}\cdot1\frac{5}{31}+3\frac{2}{3}\cdot1\frac{5}{31}$ Е) $6\frac{4}{7}\cdot1\frac{1}{41}-3\frac{9}{14}\cdot1\frac{1}{41}$

Ё) $47^2-47\cdot46$ Ж) $93^2-93\cdot92$ З) $89\cdot87-87^2$

И) $78\cdot81-78^2$ К) $39\cdot\frac{119}{123}-37\cdot\frac{119}{123}$ Л) $87\cdot\frac{203}{205}-84\cdot\frac{203}{205}$

М) $\frac{2}{17}\cdot\frac{59}{61}+\frac{2}{61}\cdot\frac{2}{17}$ Н) $\frac{3}{88}\cdot\frac{5}{12}+\frac{85}{88}\cdot\frac{5}{12}$ О) $5\frac{3}{17}\cdot\frac{5}{8}-\frac{5}{8}\cdot4\frac{3}{17}$

П) $8\frac{13}{16}\cdot4\frac{2}{3}-4\frac{2}{3}\cdot7\frac{13}{16}$ Р) $9\frac{3}{5}\cdot1\frac{4}{7}-8\frac{1}{5}\cdot1\frac{4}{7}$ С)$13\frac{13}{14}\cdot2\frac{2}{3}-2\frac{2}{3}\cdot12\frac{6}{7}$.

1.45. Вычислите рациональным способом:

А) $\frac{5}{8}\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{8}:3$ Б) $\frac{11}{17}:9-\frac{2}{11}\cdot\frac{1}{9}$ В) $\frac{6}{7}\cdot\frac{1}{4}-\frac{2}{7}:4$

Г) $\frac{17}{19}:5+\frac{2}{19}\cdot\frac{1}{5}$ Д) $79\cdot11-69:\frac{1}{11}$ Е) $87:\frac{1}{15}+13\cdot15$

Ё) $\frac{7}{8}\cdot10+\frac{1}{8}:0{,}1$ З) $\frac{5}{12}:0{,}2+\frac{7}{12}\cdot5$ И)$19\cdot\frac{5}{17}+81:3\frac{2}{5}$

Й) $57:\frac{9}{11}+33\cdot1\frac{2}{9}$ К) $\frac{7}{8}\cdot9+\frac{5}{8}:\frac{1}{9}-\frac{1}{2}\cdot9$ Л) $\frac{7}{9}:9+\frac{5}{9}\cdot\frac{1}{9}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{9}$

М) $\frac{2}{43}\cdot\frac{1}{6}+\frac{2}{43}\cdot1\frac{3}{8}+\frac{41}{43}:\frac{24}{37}$ Н) $\frac{5}{63}\cdot2\frac{3}{14}+\frac{5}{63}\cdot\frac{2}{21}+\frac{58}{63}:\frac{42}{97}$ О) $\frac{87\cdot35-81\cdot35}{37\cdot28-28^2}$

П) $\frac{15^2+15\cdot13}{71\cdot49-11\cdot49}$ Р) $\frac{3{,}6\cdot2{,}7\cdot1{,}5}{8{,}1\cdot0{,}16\cdot2{,}5}$ С) $\frac{4{,}2\cdot6{,}4\cdot0{,}21}{0{,}49\cdot1{,}6\cdot1{,}8}$.

1.46. Вычислите:

А) $2\frac{1}{3}:5$ Б) $5:\frac{1}{8}$ В) $2\frac{7}{25}:19$ Г) $3\frac{7}{10}+2\frac{4}{15}$ Д) $2\frac{5}{17}\cdot\frac{51}{78}$

Е) $7\frac{11}{14}-2\frac{27}{28}$ Ё) $\frac{2}{13}\cdot26\frac{3}{4}$ Ж) $9\frac{5}{11}:9$ З) $\frac{3}{26}+\frac{8}{39}$ И) $\frac{5}{42}-\frac{3}{28}$

Й) $1\frac{2}{7}\cdot2\frac{2}{3}$ К) $3\frac{2}{5}\cdot1\frac{2}{3}$ Л) $1\frac{5}{7}\cdot3\frac{1}{3}$ М) $2\frac{2}{11}\cdot3\frac{1}{7}$ Н) $7\frac{2}{5}\cdot1\frac{1}{74}$

Поезд, двигаясь со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо неподвижного наблюдателя за 7 секунд. Какова длина поезда?

1.47. Вычислите:

А) $1\frac{2}{9}\cdot 3\frac{3}{11}$ Б) $7\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{62}$ В) $14\cdot 2\frac{5}{28}$ Г) $20:6\frac{1}{2}$ Д) $20:\frac{4}{5}$

Е) $2\frac{1}{4}\cdot 6\frac{3}{4}$ Ё) $39\frac{26}{27}:13$ Ж) $\frac{7}{12}+\frac{8}{15}$ З) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$ И) $\frac{28}{39}\cdot\frac{26}{45}\cdot\frac{27}{56}$

Й) $2\frac{1}{4}\cdot 6\frac{3}{4}$ К) $3\frac{5}{9}\cdot 1\frac{5}{64}$ Л) $18\cdot 2\frac{7}{36}$ М) $15:7\frac{1}{3}$ Н) $30:\frac{5}{6}$

О) $1\frac{8}{9}:9\frac{4}{9}$ П) $42\frac{56}{57}:14$ Р) $\frac{4}{15}+\frac{7}{9}$ С) $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{1}{6}$ Т) $\frac{26}{49}\cdot\frac{35}{39}\cdot\frac{21}{25}$

1.48. Вычислите:

А) $34\cdot 3\frac{5}{17}$ Б) $65\frac{39}{40}:13$ В) $34\frac{2}{3}:17$ Г) $34\frac{2}{3}:17\frac{1}{3}$ Д) $3\frac{4}{7}\cdot 2\frac{5}{8}$

Е) $2\frac{5}{18}:5\frac{1}{9}$ Ё) $30:\frac{5}{6}$ Ж) $30:1\frac{1}{5}$ З) $20:\frac{4}{5}$ И) $20:1\frac{1}{4}$

Й) $40:5\frac{5}{7}$ К) $1\frac{1}{12}+3\frac{4}{15}-3\frac{29}{30}$ Л) $5\frac{2}{7}-3\frac{20}{21}$ М) $4\frac{4}{9}-2\frac{14}{15}$

Н) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}$ О) $\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{3}{56}$ П) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$

Р) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}$ С) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 6}$

Т) $\frac{52}{57}\cdot\frac{38}{50}\cdot\frac{25}{39}$ У) $\frac{49}{91}\cdot\frac{27}{35}\cdot\frac{65}{81}\cdot\frac{25}{42}$ Ф) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{55\cdot 56}+\frac{1}{56\cdot 57}$

1.49. Вычислите:

А) $16:1\frac{1}{7}$ Б) $48\frac{32}{33}:16$ В) $3\frac{5}{6}+8\frac{8}{9}$ Г) $3\frac{8}{9}\cdot 3\frac{6}{7}$ Д) $\frac{34}{39}\cdot\frac{26}{35}\cdot\frac{25}{51}$

Е) $4\frac{3}{7}-2\frac{1}{14}$ Ё) $5\frac{7}{18}-3\frac{5}{9}$ Ж) $4\frac{13}{14}:1\frac{1}{2}$ З) $26\cdot 3\frac{2}{39}$ И) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$

Й) $15:1\frac{2}{3}$ К) $60\frac{45}{46}:15$ Л) $4\frac{4}{9}+5\frac{13}{15}$ М) $4\frac{5}{7}\cdot 4\frac{5}{11}$ Н) $\frac{21}{52}\cdot\frac{39}{49}\cdot\frac{14}{27}$

О) $5\frac{5}{9}-3\frac{7}{18}$ П) $4\frac{1}{14}-2\frac{3}{7}$ Р) $10\frac{5}{7}:2\frac{1}{2}$ С) $34\cdot 3\frac{2}{51}$ Т) $\frac{1}{3}+\frac{4}{5}-\frac{5}{6}+\frac{1}{4}$

Брокер купил несколько акций ОАО «Напрасный труд», рассчитывая получить прибыль 280000 рублей, продавая акции по 15000 рублей за штуку. Однако, ситуация на рынке ценных бумаг сложилась так, что ему пришлось продать акции по цене 8500 рублей за штуку, получив прибыль всего 52500 рублей. Какую сумму заплатил брокер за акции?

1.50. Вычислите:

А) $2\frac{1}{3}+3\frac{5}{6}$ Б) $7\frac{5}{12}+19\frac{1}{18}$ В) $13\frac{3}{10}-6\frac{11}{20}$ Г) $2\frac{2}{3}\cdot 3\frac{1}{4}$ Д) $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$

Е) $4\frac{1}{2}:2\frac{1}{3}$ Ё) $3\frac{7}{11}:2\frac{14}{33}$ Ж) $6:7\frac{1}{5}$ З) $3\frac{1}{4}+2\frac{7}{8}$ И) $17\frac{5}{12}+7\frac{1}{15}$

Й) $17\frac{4}{15}-8\frac{11}{30}$ К) $2\frac{1}{4}\cdot 3\frac{2}{3}$ Л) $\left(3\frac{1}{2}\right)^2$ М) $3\frac{1}{2}:2\frac{1}{4}$ Н) $3\frac{1}{13}:2\frac{3}{26}$

О) $8:7\frac{1}{7}$ П) $7\cdot 12\frac{3}{14}$ Р) $56\frac{21}{32}:14$ С) $23\frac{7}{9}:\frac{1}{6}$ Т) $72\frac{20}{33}:12$

Взаимно обратные числа.

Определение. Два числа, произведение которых равно 1, называются **взаимно обратными**.

1.51. Проверьте, являются ли числа взаимно обратными.

А) $7\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{37}$ Б) 48 и $\frac{1}{46}$ В) $0,2$ и 5

Г) $2,5$ и $0,4$ Д) 0 и 1 Е) $3\frac{1}{2}$ и $2\frac{1}{3}$

1.52. Найдите число, обратное данному.

А) $\frac{7}{10}$ Б) 5 В) $\frac{11}{4}$ Г) $\frac{8}{9}$ Д) $\frac{1}{5}$ Е) $7\frac{11}{13}$ Ё) $0,8$

Ж) $1,25$ З) $2\frac{2}{3}$ И) 1 Й) 1,01 К) 0 Л) $13\frac{2}{7}$ М) $\frac{5}{7}$

Н) $2\frac{3}{11}$ О) $\frac{2}{31}$ П) 1,7 Р) 0,7 С) $\frac{8}{99}$ Т) $3\frac{7}{13}$ У) $\frac{57}{115}$

Имеются два ведра: одно ёмкостью 4 л, другое – 9 л. Можно ли набрать из реки ровно 6 л воды?

Пастух пас стадо из 100 голов. За это ему заплатили 200 р. За каждого быка заплатили 20 р., за корову – 10 р., а за телёнка – 1 р. Сколько в стаде быков, сколько коров и сколько телят?

Дробные выражения.

Дробная черта обозначает действие деления!

1.53. Вычислите:

А) $2:7$ Б) $11:15$ В) $6:12$ Г) $10:35$ Д) $21:10$ Е) $15:9$ Ё) $18:10$

Ж) $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ З) $\frac{8}{\frac{4}{5}}$ И) $\frac{1}{\frac{2}{3}}$ Й) $\frac{2\frac{1}{4}}{3}$ К) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$ Л) $\frac{\frac{2}{5}}{2}$ М) $\frac{2}{\frac{5}{2}}$

Н) $\frac{1}{3\frac{1}{2}}$ О) $\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$ П) $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}}$ Р) $\frac{1}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}}$ С) $\frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{14}}$ Т) $\frac{1-\frac{1}{5}}{2}$ У) $\frac{1-\frac{1}{6}}{2+\frac{1}{6}}$

Ф) $\frac{10}{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}$ Х) $\frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}$ Ц) $\frac{\frac{1}{4}+\frac{2}{3}}{2-\frac{1}{6}}$ Ч) $\frac{6}{1-\frac{1}{3}}$ Ш) $\frac{\frac{17}{100}-\frac{1}{10}}{10}$

Щ) $\frac{\frac{7}{10}+\frac{3}{5}}{\frac{7}{10}+\frac{1}{2}}$ Ъ) $\frac{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}{3}$ Ы) $\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}$ Ь) $\frac{3\cdot\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}}$ Э) $2-\frac{2}{3+\frac{1}{2}}$

Ю) $\frac{2-\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{2}}{2+\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{2}}$ Я) $\frac{1-\frac{1}{\frac{3}{4}+1}}{3}$ Q) $\frac{6-\frac{1}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}}{6+\frac{1}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}}$ W) $2+\frac{1}{1+\frac{2}{1+\frac{1}{3}}}$ Z) $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}}$

1.54. Что может означать выражение $\frac{3}{\frac{2}{3}}$? Примите по очереди каждую дробную черту за «главную» и вычислите соответствующие выражения.

1.55. Что может означать выражение $\frac{5}{\frac{7}{8}}$? Примите по очереди каждую дробную черту за «главную» и вычислите соответствующие выражения.

1.56. Что может означать выражение $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$? Примите по очереди каждую дробную черту за «главную» и вычислите соответствующие выражения.

1.57. Каким образом можно прочитать дробь $\frac{\frac{a}{b}}{c}$? $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$? Примите по очереди каждую дробную черту за «главную» и упростите соответствующие выражения.

1.58. Вычислите:

А) $10\cdot\left(3\frac{2}{15}-2\frac{5}{18}\right)+12\cdot\left(1\frac{5}{6}+5\frac{3}{4}\right)$

Б) $\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{8}-\frac{11}{12}\right)\cdot 5\frac{1}{3}$

В) $\left(2\frac{1}{2}-1\frac{3}{8}\right)\cdot\left(3\frac{1}{2}-\frac{5}{6}\right)\cdot 1\frac{1}{3}$

Г) $\left(8\frac{1}{2}-7\frac{3}{8}\right)\cdot 5\frac{2}{3}-1\frac{4}{5}\cdot\left(3\frac{1}{3}-2\frac{7}{9}\right)$

Д) $\left(5\frac{7}{12}-3\frac{17}{36}\right)\cdot 2\frac{1}{2}+4\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{26}+\frac{1}{2}$

Е) $\left[\left(3\frac{2}{5}+1\frac{7}{10}\right)\cdot 1\frac{3}{17}-\left(2\frac{7}{23}-1\frac{45}{46}\right)\cdot\frac{69}{80}\right]\cdot 1\frac{1}{3}$

Ё) $8\frac{2}{11}\cdot\left(4\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{57}+7\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{46}\right)+15\cdot\left(5\frac{7}{8}\cdot 3\frac{3}{47}-3\frac{2}{3}\cdot\frac{31}{55}\right)$

Ж) $\frac{3}{8}\cdot 5+4\frac{1}{6}\cdot 2\frac{1}{10}-\frac{9}{20}\cdot 6$

З) $\left(\frac{7}{15}+\frac{7}{30}+\frac{4}{5}\right):\left(2-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)$

И) $\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right):\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$

Й) $\left(3\frac{1}{6}-2\frac{7}{15}\right):1\frac{2}{5}$

К) $\left(1\frac{2}{3}+2\frac{4}{9}\right):\left(4\frac{26}{27}-2\frac{2}{9}\right)$

Л) $\left(6\frac{1}{24}-\frac{2}{3}\right):\left(3\frac{1}{2}+1\frac{7}{8}\right)$

М) $2\frac{1}{6}-1\frac{2}{9}:3\frac{2}{3}$

Н) $4\frac{2}{5}:\left(\frac{7}{10}+2\frac{3}{5}\right)$

О) $\frac{5}{6}+2\frac{3}{4}:4\frac{7}{9}\cdot 2\frac{2}{3}-1\frac{2}{3}$

П) $\frac{9}{10}\cdot 1\frac{1}{14}:2\frac{4}{7}\cdot 24-2\frac{4}{15}:\left(1\frac{1}{5}-\frac{2}{3}\right)$

Р) $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}+2\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}-1:1\frac{1}{6}$

С) $2\frac{3}{4}:\left(1\frac{1}{2}-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right):3\frac{1}{6}$

Т) $\left(\frac{2}{15}+\frac{7}{12}\right)\cdot\frac{30}{43}-2:2\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{32}$

У) $\left(3\frac{1}{2}:4\frac{2}{3}+4\frac{2}{3}:3\frac{1}{2}\right)\cdot 4\frac{4}{5}$

Ф) $\left(7\frac{1}{3}-6\frac{7}{8}\right):\frac{3}{4}-\left(5\frac{1}{4}-4\frac{21}{40}\right):1\frac{9}{20}$

Х) $6\cdot\left(6\frac{1}{6}+5\frac{2}{3}\cdot 3\frac{2}{17}\right)-\left(1\frac{2}{7}\cdot 5\frac{1}{4}-5\frac{11}{12}\right)\cdot 18\frac{6}{7}$

Ц) $\left[3\frac{1}{4}\cdot\left(14\frac{4}{5}+\frac{4}{15}\right)-47\right]:5\frac{9}{10}$

Ч) $57\cdot\left(3\frac{1}{3}\cdot 4\frac{2}{7}-11\frac{20}{21}\right)-\left(2\frac{3}{11}\cdot 4\frac{2}{5}-5\frac{11}{12}\right)\cdot 3\frac{1}{7}$

Ш) $2\frac{3}{4}:\left(1\frac{1}{2}-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right):3\frac{1}{6}$

Щ) $17\cdot\left(5\frac{5}{51}+\frac{7}{34}+9\frac{16}{17}\right)-7\cdot\left(57\frac{5}{21}-9\frac{11}{84}-11\frac{1}{12}\right)$

Ъ) $16\cdot\left(5\frac{8}{21}-3\frac{79}{84}\right)+15\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{4}{5}\right)$

Ы) $3\frac{11}{18}\cdot\left(1\frac{2}{13}\cdot 2\frac{1}{10}-\frac{2}{13}\cdot 13\frac{1}{2}\right)+5\cdot\left(4\frac{2}{3}\cdot 3\frac{3}{4}-\frac{6}{7}\cdot 7\frac{14}{15}\right)$

Имеются два ведра: одно ёмкостью 6 л, другое – 15 л. Можно ли набрать из реки ровно 9 л воды? А можно ли набрать из реки ровно 5 л?

Задачи на совместную работу.

1.59. Лев съел овцу за 2 ч, волк съел овцу за 3 ч, а пёс съел овцу за 6 ч. Как скоро они втроём съели бы одну овцу?

1.60. Коля и Петя вскапывают грядку за 10 мин, а один Коля – за 15 мин. За сколько минут вскапывает грядку один Петя?

1.61. Маша и Оля пропалывают грядку за 12 мин, а одна Оля – за 15 мин. За сколько минут пропалывает грядку одна Маша?

1.62. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 8 часов. Через два часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

1.63. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 12 часов. Через 4 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

1.64. Бассейн при одновременном включении трех труб может наполниться за 4 ч, через одну первую трубу – за 10 ч, а через одну вторую – за 15 ч. За сколько часов может наполниться бассейн через одну третью трубу?

1.65. Бассейн при одновременном включении трех труб может наполниться за 4 ч, через одну первую трубу – за 9 ч, а через одну вторую – за 12 ч. За сколько часов может наполниться бассейн через одну третью трубу?

1.66. Длина сосиски 12 м. Две таксы начали есть ее одновременно с обоих концов. Первая такса съедает 9 см сосиски в секунду, а вторая – 6 см в секунду. Сколько метров сосиски останется через минуту? За какое время таксы съедят всю сосиску? Сколько метров сосиски съест при этом каждая такса?

1.67. Длина конфеты 18 м. Петя и Маша одновременно начали есть ее с обоих концов. Петя съедает 7 см конфеты в секунду, а Маша – 8 см конфеты в секунду. Сколько м конфеты останется через минуту? Через сколько времени Петя и Маша съедят всю конфету? Сколько метров конфеты съест при этом каждый?

1.68. В помощь садовому насосу, перекачивающему 9 л воды за 4 мин, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 7 мин. Сколько времени эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 99 л воды?

1.69. В помощь садовому насосу, перекачивающему 5 л воды за 2 мин, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 3 мин. Сколько времени эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 л воды?

1.70. Мастер может выполнить заказ за 8 ч, а его ученик – за 10 ч. В час ученик делает на 15 деталей меньше мастера. Найдите производительность мастера и производительность ученика.

1.71. Первый рабочий может выполнить заказ за 7 ч, а второй – за 6 ч. В час первый рабочий делает на 16 деталей меньше второго. Найдите производительность каждого рабочего.

Найдите число a**, если числа** 1010 **и** 1069 **дают при делении на** a **одинаковые остатки.**

1.72. Из одной точки круговой трассы одновременно в одном направлении выехали два велосипедиста. Первый проезжает полный круг за 5 мин, а второй – за 6 мин. Через какое время после старта первый велосипедист обгонит второго ровно на круг? На три круга? Сформулируйте и решите задачу в случае движения в противоположных направлениях.

1.73. Из одной точки круговой трассы одновременно в одном направлении выехали два мотоциклиста. Первый проезжает полный круг за 10 мин, а второй – за 15 минут. Через какое время после старта первый мотоциклист обгонит второго ровно на круг? На четыре круга? Сформулируйте и решите задачу в случае движения в противоположных направлениях.

1.74. Из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы одновременно в одном направлении выехали два мотоциклиста. Первый проезжает полный круг за 18 мин, а второй – за 45 мин. Через какое время после старта они встретятся первый раз? В третий раз? Сформулируйте и решите задачу в случае движения в противоположных направлениях.

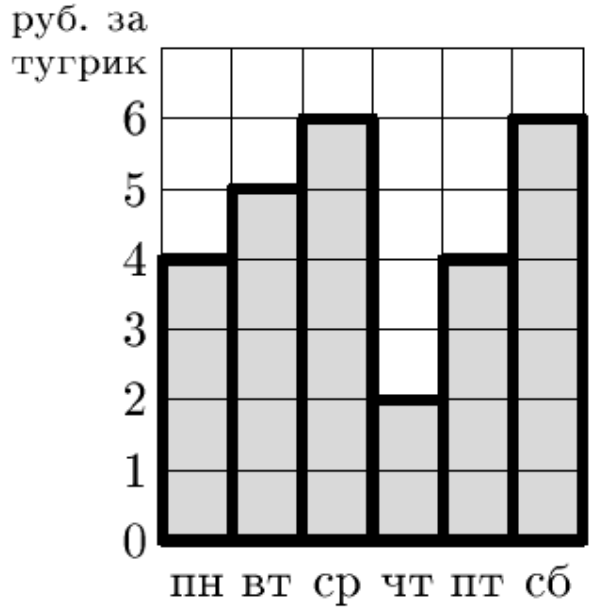
1.75. Из двух диаметрально противоположных точек круговой беговой дорожки одновременно в одном направлении стартовали два спортсмена. Первый пробегает полный круг за 15 мин, а второй – за 20 мин. Через какое время после старта они встретятся первый раз? В четвертый раз? Сформулируйте и решите задачу в случае движения в противоположных направлениях.

1.76. Вася и Лева могут покрасить забор за 3 часа, Лева и Петя могут покрасить этот же забор за 6 часов, а Петя и Вася – за 4 часа. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроем?

1.77. Аня и Настя могут вымыть окно за 12 минут, Настя и Маша могут вымыть это же окно за 15 минут, а Аня и Маша – за 20 минут. За какое время девочки вымоют окно, работая втроем?

1.78. Двое движутся по окружности навстречу друг другу. Один пробегает окружность за 3 мин, другой – за 5 мин. Через сколько времени происходит каждая их встреча?

На рисунке изображено, как изменялся курс тугрика в течение недели. У Пети было 30 рублей. В один из дней недели он обменял все свои рубли на тугрики. Потом он обменял все тугрики на рубли. Затем он ещё раз обменял все вырученные рубли на тугрики, и в конце концов, обменял все тугрики обратно на рубли. Напишите, в какие дни он совершал эти операции, если в воскресенье у него оказалось 54 рубля. (Достаточно привести пример.)



Дроби десятичные.

1.79. Что такое «десятичная дробь»? Какое правило записи десятичных дробей? Переведите обыкновенные дроби в десятичные:

А) $\frac{9}{10}$ Б) $\frac{23}{100}$ В) $\frac{3}{100}$ Г) $7\frac{57}{1000}$ Д) $5\frac{1}{100000}$

Е) $\frac{1}{2}$ Ё) $\frac{1}{5}$ Ж) $\frac{1}{4}$ З) $\frac{1}{3}$ И) $\frac{1}{20}$

Й) $\frac{7}{25}$ К) $\frac{3}{40}$ Л) $\frac{1}{8}$ М) $\frac{1}{125}$ Н) $\frac{1}{200}$

О) $\frac{3}{500}$ П) $\frac{7}{2000}$ Р) $\frac{11}{5000}$ С) $\frac{9}{12}$ Т) $\frac{48}{60}$

Сформулируйте и запишите в тетради алгоритм перевода обыкновенных дробей в десятичные. Любую ли обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной? Для каких обыкновенных дробей это возможно?

1.80. Переведите обыкновенные дроби в десятичные:

А) $\frac{3}{5}$ Б) $\frac{4}{5}$ В) $\frac{3}{4}$ Г) $\frac{1}{25}$ Д) $\frac{17}{25}$

Е) $\frac{24}{25}$ Ё) $\frac{7}{50}$ Ж) $\frac{9}{20}$ З) $\frac{123}{200}$ И) $\frac{3}{8}$

Й) $\frac{33}{125}$ К) $\frac{2}{5}$ Л) $\frac{33}{250}$ М) $\frac{1233}{5000}$ Н) $\frac{7}{8}$

1.81. Переведите десятичные дроби в обыкновенные. Ответ представьте в виде несократимой дроби.

А) $1,25$ Б) $0,12$ В) $0,85$ Г) $0,58$ Д) $6,008$

Е) $9,033$ Ё) $12,016$ Ж) $5,0025$ З) $4,55$ И) $5,272$

Й) $5,385$ К) $0,0012$ Л) $18,020505$ М) $1,0625$ Н) $3,02$

Укажите наименьшее число n такое, что $n!$ делится на 81.

Сократите дробь $\frac{2012!}{2011!}$.

1.82. Сформулируйте и запишите в тетради основное свойство десятичных дробей. Докажите это свойство на каком-нибудь примере. Среди следующих дробей найдите равные:

$\frac{1}{2}$	$0,05$	$13,00$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{33}{660}$
$\frac{123}{200}$	$0,60000$	$\frac{13}{25}$	$0,60$	$0,050$	$\frac{51}{850}$
$0,75000$	$0,5200$	$\frac{57}{95}$	$0,050000$	$0,75$	$0,6150$
$13,000$	$\frac{3}{50}$	$0,5$	$0,615000$	$\frac{1}{20}$	$\frac{17}{34}$
$12\frac{4}{4}$	$0,52$	$0,7500$	$0,615$	13	$0,0600$
$\frac{36}{48}$	$0,6$	$\frac{39}{3}$	$0,06$	$0,500$	$0,520$

1.83. Запишите в виде неправильной обыкновенной дроби, знаменателем которой является степень числа 10. Какую закономерность можно заметить? Сформулируйте и запишите в тетради правило «быстрого» перевода десятичных дробей в (неправильные) обыкновенные.

А) $5,5 = 5\frac{5}{10} = \frac{55}{10}$ Б) $4,05 = 4\frac{5}{100} = \frac{405}{100}$

В) $3,2$	Г) $1,23$	Д) $2,034$	Е) $4,0092$	Ё) $4,5$
Ж) $8,09$	З) $31,1$	И) $12,04$	Й) $123,1$	К) $57,7$
З) $7,5$	И) $4,32$	Й) $4,032$	К) $4,302$	Л) $0,234$
М) $5,09$	Н) $5,009$	О) $34,1$	П) $3,41$	Р) $341,57$
С) $0,812$	Т) $8,12$	У) $81,2$	Ф) $1,0812$	Х) $1,08012$

Мартовский Заяц не помнит, сколько гостей придёт к нему на сумасшедшее чаепитие – то ли два гостя, то ли три. На какое наименьшее число кусочков он должен разрезать торт, чтобы в любом случае можно было раздать его гостям поровну? Решите эту же задачу, если гостей либо пять, либо семь. Заяц торт не ест.

Найдите все числа вида $674*674**$**, которые делятся на 225.**

Поезд, двигаясь со скоростью 108 км/ч, проезжает мимо неподвижного наблюдателя за 13 секунд. Какова длина поезда?

Напоминание: о позиционной системе счисления.

Десятичная система счисления, в которой записываются натуральные числа, называется позиционной. Это означает, что в записи каждого числа значение цифры зависит от того, в каком разряде она находится, на какой позиции цифра стоит (отсюда происходит название – позиционная). Единицы двух соседних разрядов отличаются друг от друга в 10 раз. Например, запись 57 означает, что в числе 7 единиц и 5 десятков, то есть $57 = 5 \cdot 10 + 7 \cdot 1$. Аналогично, $23479 = 2 \cdot 10000 + 3 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 9 \cdot 1$. Таким образом, мы записываем число по степеням числа 10, то есть показываем, сколько в числе содержится единиц, десяток, сотен, тысяч и т.д. Цифра 0 в записи числа показывает отсутствие единиц соответствующего разряда, например, $70309 = 7 \cdot 10000 + 0 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 9 \cdot 1$. Все разряды имеют свои названия. Так, справа налево, в порядке возрастания, идут **единицы, десятки, сотни, тысячи, десятки тысяч, сотни тысяч, миллионы, десятки миллионов, сотни миллионов, миллиарды** и так далее.

Покажем, что способ записи десятичных дробей является естественным обобщением данного способа записи натуральных чисел. Возьмём произвольную десятичную дробь и запишем её в виде обыкновенной:

$$0,923067 = \frac{923067}{1000000}$$

Запишем числитель данной дроби по определению записи натуральных чисел:

$$0,923067 = \frac{923067}{1000000} = \frac{9 \cdot 100000 + 2 \cdot 10000 + 3 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 1}{1000000}$$

Правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями позволяет записать эту дробь в следующем виде:

$$0,923067 = \frac{923067}{1000000} = \frac{9 \cdot 100000}{1000000} + \frac{2 \cdot 10000}{1000000} + \frac{3 \cdot 1000}{1000000} + \frac{0 \cdot 100}{1000000} + \frac{6 \cdot 10}{1000000} + \frac{7 \cdot 1}{1000000}$$

Сократим каждую из данных дробей на степень 10, стоящую в числителе:

$$0,923067 = \frac{923067}{1000000} = \frac{9}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{0}{10000} + \frac{6}{100000} + \frac{7}{1000000}.$$

Итак, мы видим, что дробь $0,923067$ состоит из дробей $\frac{9}{10}$ (девять **десятых**), $\frac{2}{100}$ (две **сотых**), $\frac{3}{1000}$ (три **тысячных**), $\frac{0}{10000}$ (нуль **десятитысячных**), $\frac{6}{100000}$ (шесть **стотысячных**), $\frac{7}{1000000}$ (7 **миллионных**). Аналогичным образом любую десятичную дробь можно записать как сумму десятых, сотых, тысячных и т.д. Получается, что любая десятичная дробь – также как и натуральное число – записана в позиционной системе счисления по разрядам. И если в целой части разрядами являются степени числа 10, в дробной части разрядами являются числа $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ и так далее, то есть степени числа $\frac{1}{10}$. Эти разряды имеют свои естественные названия – слева направо, в порядке убывания – **десятые, сотые, тысячные, десятитысячные, стотысячные, миллионные, десятимиллионные, стомиллионные, миллиардные** и так далее.

1.84. Запишите по разрядам следующие десятичные дроби:

А) 0,4567 Б) 123,057 В) 40823,00701

1.85. Для каждой из следующих десятичных дробей назовите все разряды и укажите, какая цифра в каком разряде стоит:

А) 736,378 Б) 67,8927209 В) 0,0001838

Г) 0,006800839 Д) 1000,00001 Е) 1082300,001001001

Десятичные дроби и метрическая система мер.

1.86. Какую часть составляет одна величина от другой? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

А) 1 см от 1 м

Ответ: так как в одном метре 100 см, то 1 см составляет $\frac{1}{100}$ часть метра, то есть $1\,см = 0,01\,м$

Б) 1 см от 1 дм В) 1 мм от 1 см Г) 1 мм от 1 дм Д) 1 мм от 1 м

Е) 1 м от 1 км Ё) 1 дм от 1 км Ж) 1 см от 1 км З) 1 мм от 1 км

И) 1 мг от 1 г Й) 1 г от 1 кг К) 1 мг от 1 кг Л) 1 кг от 1 ц

М) 1 г от 1 ц Н) 1 ц от 1 т О) 1 кг от 1 т П) 1 г от 1 т

Р) 1 $см^2$ от 1 $м^2$ С) 1 $дм^2$ от 1 $м^2$ Т) 1 $мм^2$ от 1 $см^2$

У) 1 $см^2$ от 1 $м^2$ Ф) 1 $мм^2$ от 1 $дм^2$ Х) 1 $мм^2$ от 1 $м^2$

Ц) 1 $м^2$ от 1 $км^2$ Ч) 1 $м^2$ от 1 га Ш) 1 га от 1 $км^2$

Щ) 1 $дм^2$ от 1 $км^2$ Ъ) 1 $см^3$ от 1 л Ы) 1 $см^3$ от 1 $м^3$

1.87. С помощью десятичных дробей выразите, какую часть метра составляют:

А) 3 дм Б) 8 дм В) 2 см Г) 5 см Д) 4 мм Е) 7 мм Ё) 5 дм 7 см

Ж) 3 дм 8 см З) 1 см 1 мм И) 7 см 2 мм

Й) 1 дм 1 см 1 мм К) 6 дм 3 см 7 мм Л) 7 дм 7 см 3 мм

М) 1 м 2 дм Н) 1 м 2 см О) 1 м 6 мм

П) 2 м 3 дм Р) 2 м 3 дм 4 см С) 2 м 3 дм 4 см 5 мм

Т) 57 м 7 дм 5 см У) 100 м 3 см Ф) 1 км 3 дм

1.88. Для измерения площади используются следующие величины: $1\,гектар = 10000\,м^2$ и $1\,ар = 100\,м^2$. Обозначения: 1 га и 1 а. С помощью десятичных дробей выразите, сколько составляет:

А) 1 $м^2$ от 1 а Б) 1 $м^2$ от 1 га В) 1 а от 1 га

1.89. С помощью десятичных дробей выразите, какую часть метра составляют:

А) 75 см Б) 43 дм В) 3 м 17 дм

Г) 4 дм 25 см Д) 33 мм Е) 2 см 13 мм

Ё) 2 дм 39 см 23 мм Ж) 9 дм 9 см 16 мм З) 12 м 12 дм 12 см 12 мм

И) 2 м 17 дм 32 см Й) 3 м 11 дм 14 см К) 4м 19 дм 19 см

Л) 1 м 2 см 11 мм М) 10 м 12 см 66 мм Н) 57 дм 57 см 57 мм

На стене у пола сидят две мухи. Они одновременно начали ползти по стене вверх, и, доползя до потолка, сразу спускаются вниз. Первая муха ползет с постоянной скоростью, а вторая вверх поднимается в два раза медленнее первой, а вниз – в два раза быстрее первой. Какая муха первой доползет от пола до потолка и обратно?

1.90. С помощью десятичных дробей выразите, какую часть метра составляют:

А) 6 см Б) 3 см В) 9 мм Г) 4 см Д) 5 см 3 мм

Е) 7 см 7 мм Ё) 2 дм 3 см 5 мм Ж) 25 см

З) 234 мм И) 3 дм 25 см 57 мм Й) 1 м 10 см 1 мм

К) 2 м 15 см 3 мм Л) 2 м 15 см 33 мм М) 1 км 23 м 3 дм 4 см 17 мм

Н) 11 м 23 дм 13 см О) 11 м 11 дм 11 см 11 мм П) 17 м 1 дм 7 см 101 мм

1.91. Выразите в метрах и сантиметрах:

А) 0,1 м Б) 0,01 м А) 0,78 м Б) 0,2 м В) 0,02 м

Г) 0,23 м Д) 2,3 м Е) 20,03 м Ё) 2,01 м Ж) 20,1 м

1.92. Выразите в часах и результат запишите десятичной дробью:

А) 1 ч 30 мин Б) 2 ч 15 мин В) 3 ч 12 мин Г) 3 ч 12 мин

Д) 6 мин Е) 36 мин Ё) 2 ч 54 мин Ж) 1 ч 45 мин

З) 1 ч 18 мин И) 3 ч 27 мин Й) 4 ч 48 мин К) 1 мин 30 с

Л) 7 мин 12 с М) 7 мин 30 с Н) 53 мин 24 с О) 8 мин 42 с

1.93. Выразите в часах, минутах и секундах

А) 0,1 ч Б) 0,3 ч В) 1,2 ч Г) 0,5 ч Д) 0,25 ч

Е) 0,75 ч Ё) 2,5 ч Ж) 1,25 ч З) 3,75 ч И) 5,7 ч

Й) 0,125 ч К) 1,235 ч Л) 0,34 ч М) 0,57 ч Н) 0,155 ч

На стене у пола сидят две мухи. Они одновременно начали ползти по стене вверх, и, доползя до потолка, сразу спускаются вниз. Первая муха ползет с постоянной скоростью, а вторая вверх поднимается в два раза быстрее первой, а вниз – в два раза медленнее первой. Какая муха первой доползет от пола до потолка и обратно?

Имеются чашечные весы, любые гири и десять мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но ровно в одном из мешков все монеты фальшивые. Настоящая монета весит 10 г, а фальшивая – 11 г. Как с помощью одного взвешивания определить в каком мешке фальшивые монеты?

А) От шахматной доски отрезали все угловые клетки. Можно ли получившуюся фигуру замостить прямоугольниками 1 на 2? Б) От шахматной доски отрезали одну угловую клетку. Можно ли получившуюся фигуру замостить прямоугольниками 1 на 2? В) От шахматной доски отрезали две противоположные угловые клетки. Можно ли получившуюся фигуру замостить прямоугольниками 1 на 2?

Сравнение десятичных дробей.

1.94. Сформулируйте и запишите в тетради правило сравнения десятичных дробей. Проиллюстрируйте это правило на примерах. Сравните дроби. Подчеркните те разряды, по которым Вы сравнили дроби.

А) $5,57891 > 5,57889$

Б) 7,62 и 9,4

В) 9,9 и 8,95

Г) 5,35 и 3,53

Д) 17,004 и 16,9

Е) 0,219 и 0,246

Ё) 0,4789 и 0,4791

Ж) 0,0452 и 0,0358

З) 0,8 и 0,704

И) 0,25 и 0,3

Й) 0,019 и 0,0067

К) 50,001 и 50,01

Л) 17,183 и 17,09

М) 29,5 и 29,53

Н) 7 и 6,99

О) 0,89 и 1,5

П) 0,00041 и 0,0005

Р) 8,9836 и 8,9800072

С) 9,07699 и 9,077777

Т) 2,45 и 2,457

У) 3,009 и 3,00901

Ф) 5,70001 и 5,7000100057

1.95. Укажите какое-нибудь число, которое находится между числами:

А) 2,1 и 2,2 Б) 5,57 и 5,58 В) 57 и 57,001 Г) $\frac{21}{23}$ и $\frac{22}{23}$ Д) 0,3 и $\frac{1}{3}$

1.96. Расположите дроби в порядке возрастания:

А) 0,72; 0,027; 0,712; 0,2701; 0,0172; 0,217

Б) 1,01; 1,001; 0,1; 0,011; 0,11; 1,1; 1,101; 1,0011

В) 3,456; 3,465; 8,149; 8,079; 0,453; 8,0791; 8,0001

Г) 0,0082; 0,037; 0,0044; 0,08; 0,0091; 0,00912

Д) 1,25; 1; 0,9; 2; 1,1; 0,97; 1,99; 1,19; 0,903; 1,2; 1,4; 1,55; 1,9; 2,01

Е) 7,091; 6,99; 7,12; 7,2; 6,01; 7,5; 7,0911; 7,123; 6,9; 7,23; 7,19; 7,55

Ё) 7,59; 7,0001; 6,088; 7,18; 6,08; 7,71; 6,9; 6,801; 7,2; 6,8011; 6,99; 7,6

Ж) 2,061; 7,34; 0,31; 3,215; 0,5; 2,601; 7,4; 0,016; 0,56; 0,3215; 7,3; 0,044; 2,610; 0,031; 0,6; 32,15

З) 22,86; 0,853; 23,01; 22,68; 0,914; 23,111; 22,687; 21,99; 21,993; 21,999; 0,93; 0,94; 9,4; 226,8

Все натуральные числа от 1 до 1000 записали в следующем порядке: сначала были выписаны в порядке возрастания числа, сумма цифр которых равна 1, затем, также в порядке возрастания, числа с суммой цифр 2, потом — числа, сумма цифр которых равна 3 и т.д. На каком месте оказалось число 996?

1.97. Поставьте вместо $*$ такую цифру, чтобы полученное неравенство было верным:

А) $0,488 < 0,4*8$ Б) $1*,93 < 11,93$ В) $3,07 < 3,0*$

Г) $6,08 < 6,*9$ Д) $7,019 > 7,*19$ Е) $5,7*5 < 5,72999$

1.98. Между какими соседними целыми числами находится число?

А) 3,7 Б) 5,01 В) 9,18 Г) 4,206 Д) 56,57

Е) 0,12 Ё) 1,2 Ж) 4,56 З) 45,6 И) 456,01

Й) 456,001 К) 456,00838 Л) 10,4 М) 1,04 Н) 0,104

1.99. Какие натуральные числа заключены между дробями?

А) 2,75 и 4,05 Б) 1,08 и 5,06 Г) 10,478 и 11,006 Д) 12,001 и 16,9

Е) 12,13 и 12,87 Ё) 5,57 и 55,7 Ж) 0,12 и 1,34 З) 0,12 и 13,4

И) 1,2 и 13,4 К) 12 и 13,4 Л) 4,56 и 5,99 М) 2,98 и 6,99

Н) 9,78 и 10,75 О) 9,78 и 107,5 П) 0,13 и 18,013 Р) 7,99 и 8,98

Арифметика десятичных дробей.

1.100. Сформулируйте правила действий с арифметическими дробями в столбик. Вычислите:

А) $1,2+2,3$ Б) $3,45-2,57$ В) $2,45+3,7$ Г) $3-0,98$

Д) $1,2\cdot 1,3$ Е) $0,25\cdot 0,48$ Ё) $0,3^2$ Ж) $0,27\cdot 1,8$

З) $5,2\cdot 1,2$ И) $1-0,001$ К) $85,8\cdot 3,2$ Л) $0,00017\cdot 0,004$

М) $20,7:9$ Н) $88,298:7$ О) $7:4$ П) $3:4$

Р) $49,56:0,007 = 49560:7 = 7080$ – так как в делителе после запятой **три** знака, то переносим запятые на **три** знака вправо

С) $25,2:0,4$ Т) $276,08:0,068$ У) $0,02292:0,075$ Ф) $70:1,75$

Х) $5,1:1,7$ Ц) $773,3:74$ Ч) $2:0,05$ Ш) $0,01:0,02$

Ученикам трёх классов выдали 574 учебника. Каждый ученик получил одинаковое число книг. Известно, что каждом классе больше 25, но меньше 30 учащихся. Сколько учебников получил каждый ученик и сколько учеников в трёх классах?

1.101. Вычислите:

А) 44,415:12,69 Б) 0,2392:0,65 В) 1091,15:1,57

Г) 18,47937:2,901 Д) 9,2416:3,04 Е) 3260,4:209

Ё) 75,264:134,4 Ж) 0,32116:124 З) 5,708328:0,009876

И) 3626,91:57,57 Й) $0,057:0,38$ К) $4320,056:91,6$

1.102. Вычислите в столбик:

А) $5,34+6,98$ Б) $123,4576-104,3576$ В) $3,89+6,017$ Г) $9-7,86$

Д) $0,11\cdot 0,7$ Е) $6,25\cdot 4,8$ Ё) $0,2^3$ Ж) $74\cdot 4,9$

З) $0,0149\cdot 5,08$ И) $1-0,9999$ К) $36,25\cdot 8$ Л) $0,00016\cdot 0,0002$

М) $243,2:8$ Н) $772,8:12$ О) $5:16$ П) $12:15$

Р) $0,01218:0,0058=121,8:58=2,1$ – так как в делителе после запятой **четыре** знака,

то переносим запятые на **четыре** знака вправо

С) $397,5:0,53$ Т) $200,1:0,69$ У) $6:0,0064$ Ф) $3666:0,47$

Х) $0,48:0,08$ Ц) $361,2:42$ Ч) $3:0,06$ Ш) $0,09:0,001$

1.103. Выполните возведение в степень:

А) $0,6^2$ Б) $0,03^2$ В) $1,1^2$ Г) $0,01^3$ Д) $0,002^2$

Е) $0,0004^3$ Ё) $0,5^3$ Ж) $0,07^2$ З) $0,2^5$ И) $0,3^4$

К) $0,015^2$ Л) $0,1^4$ М) $0,009^2$ Н) $1,3^2$ О) $0,14^2$

1.104. Представьте число в виде квадрата или куба другого числа:

А) $0,04=0,2^2$ Б) $0,027=0,3^3$

В) 0,008 Г) 0,16 Д) 0,25 Е) 0,64 Ё) 0,064 Ж) 0,0036 З) 1,21

И) 0,0144 Й) 1,69 К) 2,25 Л) 2,56 М) 0,000289 Н) 0,125

О) 0,49 П) 0,01 Р) 0,001 С) 0,0001 Т) 0,000081 У) 0,00000049

Петя и Филя, поссорившись, разбежались с одинаковыми скоростями в противоположных направлениях. Через 5 минут Петя спохватился, повернул назад и, увеличив скорость, побежал догонять Филю. Во сколько раз увеличил скорость Петя, если он догнал Филю через 5 минут после того, как повернул назад?

1.105. Вычислите:

А) $2\frac{3}{4}-0,6$ Б) $121,2:\frac{6}{25}$ В) $5,18\cdot\frac{5}{7}$ Г) $0,36+\frac{1}{2}$ Д) $5,8-\frac{3}{4}$

Е) $\frac{2}{5}:0,001$ Ё) $\frac{2}{3}+0,6$ Ж) $0,75^3$ З) $1\frac{1}{6}-0,5$ И) $0,3\cdot\frac{5}{9}$

Й) $\frac{8}{11}:0,4$ К) $3\frac{4}{5}-1,8$ Л) $0,84\cdot\frac{3}{4}$ М) $2,2:\frac{11}{15}$ Н) $3\frac{9}{10}+1,68$

О) $4,2:3\frac{1}{2}$ П) $\frac{1}{5}\cdot 20,08$ Р) $5,384-4\frac{3}{20}$ С) $1\frac{2}{3}+2,5$ Т) $7\frac{3}{8}-2,35$

У) $5,7:6\frac{1}{3}$ Ф) $42,14\cdot 1\frac{3}{7}$ Х) $1\frac{4}{5}+3,2$ Ц) $3,6\cdot\frac{2}{9}$ Ч) $7\frac{1}{5}-3,059$

Ш) $\frac{1}{8}:12,5$ Щ) $2\frac{3}{11}\cdot 0,22$ Ъ) $2,5+8\frac{4}{11}$ Ы) $9\frac{7}{11}:1,06$ Ь) $8,02-3\frac{1}{3}$

1.106. Выполните умножение:

А) $0,14\cdot 0,35\cdot 0,022$ Б) $0,8\cdot 0,375\cdot 1,93$ В) $4,4\cdot 2,25\cdot 10,2$

Г) $1,25\cdot 0,006\cdot 0,804$ Д) $32\cdot 0,03\cdot 1,1\cdot 0,005$ Е) $4\cdot 0,15\cdot 3,6\cdot 0,001$

Ё) $1,6\cdot 0,375\cdot 0,05\cdot 3,3$ Ж) $2,25\cdot 0,4\cdot 0,6\cdot 15$ З) $2,56\cdot 5,05\cdot 2,5$

1.107. Выполните деление в столбик:

А) $25,96:11$ Б) $41,625:37$ В) $0,21012:17$ Г) $1240,8308:31$

Д) $9:25$ Е) $0,78:8$ Ё) $3,56:5$ Ж) $233,7:19$

З) $420,378:42$ И) $1416,02:101$ Й) $53,4:1,5$ К) $16,94:2,8$

Л) $75:1,125$ М) $3,6:0,08$ Н) $48,192:0,12$ О) $34,3:1,4$

П) $14,76:3,6$ Р) $72:2,25$ С) $2,7:0,06$ Т) $48,768:0,16$

1.108. Как всем хорошо известно, $3,201\cdot 2,98=9,53898$ (можете проверить!). Используя этот общенаучный факт, вычислите без столбика:

А) $3201\cdot 298$ Б) $32,01\cdot 29,8$ В) $0,3201\cdot 298$ Г) $0,3201\cdot 0,298$

Д) $0,003201\cdot 0,298$ Е) $0,03201\cdot 29800$ Ё) $0,03201\cdot 2980000$

1.109. Нетрудно вычислить в уме, что $2,375\cdot 1,16=2,755$. Вычислите без столбика:

А) $2375\cdot 116$ Б) $237,5\cdot 11,6$ В) $237,5\cdot 116$ Г) $0,2375\cdot 0,116$

Д) $237500\cdot 0,0116$ Е) $0,002375\cdot 0,000116$ Ё) $0,02375\cdot 116$

Докажите, что число $57!+58!$ **делится на 59.**

1.110. Известно, что $17:8=2{,}125$. Используя этот результат, найдите:

А) $1{,}7:0{,}8$ Б) $0{,}17:8$ В) $17:0{,}08$ Г) $17000:8$ Д) $17:0{,}08$

1.111. Известно, что $57^2=3249$. Используя этот результат, найдите:

А) $5{,}7^2$ Б) $0{,}57^2$ В) $0{,}057^2$ Г) $0{,}0000057^2$ Д) 570^2

1.112. Переведите следующие обыкновенные дроби в десятичные дроби двумя способами: с помощью основного свойства дроби и с помощью деления в столбик.

А) $\frac{1}{2}$ Б) $\frac{3}{5}$ В) $\frac{3}{4}$ Г) $\frac{1}{20}$ Д) $\frac{1}{8}$ Е) $\frac{1}{25}$ Ё) $\frac{9}{20}$

Ж) $\frac{7}{40}$ З) $\frac{11}{400}$ И) $\frac{21}{168}$ Й) $\frac{35}{280}$ К) $\frac{47}{376}$ Л) $\frac{39}{52}$ М) $\frac{33}{75}$

1.113. Переведите в бесконечную десятичную периодическую дробь:

А) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{17}{22}$ В) $\frac{19}{24}$ Г) $\frac{12}{31}$ Д) $\frac{1}{57}$ Е) $\frac{2}{13}$ Ё) $\frac{8}{17}$

Объясните, почему любую обыкновенную дробь можно записать в виде бесконечной периодической дроби? То есть почему при делении в столбик начиная с какого-то момента цифра всегда будут повторяться?

1.114. Запишите в виде обыкновенной дроби:

А) $0{,}(2)$ Б) $0{,}(34)$ В) $0{,}(389)$ Г) $0{,}5(7)$ Д) $0{,}123(45)$

Е) $0{,}(7)$ Ё) $0{,}0(5)$ Ж) $0{,}(12)$ З) $0{,}1(12)$ И) $0{,}83(57)$

1.115. Сравните дроби:

А) $\frac{4}{11}$ и $0{,}4$ Б) $2\frac{4}{11}$ и $2{,}36$ В) $0{,}07$ и $\frac{7}{101}$ Г) $3\frac{13}{24}$ и $3{,}54167$

Д) $0{,}3$ и $\frac{1}{3}$ Е) $\frac{1}{3}$ и $0{,}33$ Ё) $0{,}6$ и $\frac{2}{3}$ Ж) $\frac{2}{3}$ и $0{,}67$

Волк с тремя поросятами написал детектив «Три поросенка—2», а потом вместе с Красной Шапочкой и ее бабушкой кулинарную книгу «Красная Шапочка—2». В издательстве выдали гонорар за обе книжки поросенку Наф-Нафу. Он забрал свою долю и передал оставшиеся 2100 золотых монет Волку. Гонорар за каждую книгу делится поровну между ее авторами. Сколько денег Волк должен взять себе?

Сравните числа 3^{200} и 2^{300}.

1.116. Найдите часть от целого. С помощью какого арифметического действия находится часть от целого?

А) $0,6$ от 35 Б) $0,8$ от 24 В) $0,75$ от 64 Г) $0,45$ от 32

Д) $0,46$ от $24,03$ Е) $0,72$ от $1,23$ Ё) $0,85$ от $0,14$ Ж) $0,14$ от $0,32$

З) $0,3$ от $0,5$ И) $0,5$ от $0,3$ Й) $0,01$ от $5,6$ К) $0,03$ от $0,2$

Л) $0,3$ от 200 М) $0,4$ от 100 Н) $0,01$ от 1500 О) $0,25$ от 300

1.117. Найдите целое, если

А) 0,1 целого составляет 5 Б) 0,7 составляет 49 В) 0,01 составляет 5

Г) 0,23 составляет 690 Д) 0,2 составляет 7,8 Е) 0,32 составляет 0,128

Ё) 1,25 составляет 6 Ж) 6,25 составляет 225 З) 0,032 составляет 11

И) 0,3 составляет 12 Й) 0,8 составляет 0,4 К) 0,75 составляет 15

С помощью какого арифметического действия находится целое по его части?

1.118. Какую часть составляет первое число от второго? Ответ дайте в виде десятичной дроби. С помощью какого арифметического действия можно найти, какую часть составляет первое число от второго?

А) 2 от 8 Б) 7 от 35 В) 4 от 100 Г) 0,72 от 2,5

Д) 3,6 от 12 Е) 0,45 от 3,6 Ё) 1,89 от 12,6 Ж) 1,425 от 5,7

З) 3,249 от 5,7 И) 1,95 от 1,3 Й) 1,575 от 1,26 К) 6,15 от 2,05

Л) $2\frac{2}{3}$ от $5\frac{1}{3}$ М) $\frac{97}{110}$ от $8\frac{9}{11}$ Н) $2\frac{1}{2}$ от $8\frac{1}{3}$ О) $3\frac{41}{100}$ от $7\frac{3}{4}$

1.119. Заполните таблицу.

Целое	Часть от целого как число	Часть от целого как дробь	Арифметическое действие
7		0,8	
	6,4	0,8	
5,5	3,3		
1,5		0,3	
	1,5	0,3	
8,92	6,69		
2,34		0,05	
	2,34	0,05	
1,2	0,66		
9,35		0,85	
	9,35	0,85	
5,7	3,99		

Быстрые вычисления с десятичными дробями.

1.120. Сформулируйте, запишите в тетради и докажите на примерах:
I правило умножения десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т.д.
II правило умножения десятичных дробей на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.
III правило деления десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т.д.
IV правило умножения десятичных дробей на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.

1.121. Вычислите:

А) $1,2\cdot10$	Б) $3,45\cdot10$	В) $3,789\cdot100$	Г) $83,499845\cdot10000$
Д) $0,001\cdot10$	Е) $2,8\cdot0,1$	Ё) $24,56\cdot0,1$	Ж) $0,0000189\cdot1000$
З) $57\cdot0,01$	И) $5,7\cdot0,001$	Й) $1234,5\cdot0,01$	К) $1234,5\cdot100$
Л) $0,09\cdot0,1$	М) $0,00078\cdot1000$	Н) $0,9\cdot0,001$	О) $0,0000057\cdot10000$
П) $1829,89\cdot0,000001$	Р) $57\cdot0,000001$	С) $0,75\cdot100000$	Т) $0,000001\cdot0,01$
У) $10000000\cdot0,00001$	Ф) $125,84\cdot1000$	Х) $12445,84\cdot0,001$	Ц) $0,0073\cdot100$
Ч) $74893,9\cdot1000000$	Ш) $0,00000167\cdot100000$	Щ) $0,057\cdot10000$	Ъ) $75\cdot0,001$
Ы) $1000000\cdot0,001$	Ь) $0,0001\cdot0,00001$	Э) $12,345\cdot10000$	Ю) $57\cdot0,1$

1.122. Вычислите рациональным способом:

А) $2,3\cdot20=2,3\cdot10\cdot2=23\cdot2=46$

Б) $0,8\cdot50$	В) $0,4\cdot80$	Г) $0,3\cdot300$	Д) $0,02\cdot400$	Е) $0,05\cdot600$
Ё) $1,7\cdot30$	Ж) $2,4\cdot50$	З) $3,7\cdot30$	И) $2,8\cdot500$	Й) $4,5\cdot2000$
К) $1,17\cdot200$	Л) $3,25\cdot800$	М) $0,728\cdot2000$	Н) $2,25\cdot400$	О) $2,04\cdot500$
П) $0,6\cdot20$	Р) $0,7\cdot300$	С) $0,5\cdot30$	Т) $0,99\cdot300$	У) $6,6\cdot40$

1.123. Вычислите:

А) $3,6:10$	Б) $97,4:100$	В) $128,5:1000$	Г) $0,4:100$	Д) $3,89:1000$
Е) $25,7:1000$	Ё) $5,1:1000$	Ж) $0,64:1000$	З) $0,017:1000$	И) $0,405:1000$
Й) $83:10$	К) $4:10$	Л) $275:100$	М) $18000:10000$	Н) $61:100$
О) $576:1000$	П) $5,7:10$	Р) $5,7:100$	С) $5,7:10000$	Т) $0,09:1000$
У) $4:0,1$	Ф) $9,8:0,1$	Х) $9,08:0,01$	Ц) $9,9:0,01$	Ч) $10,1:0,001$
Ш) $5:0,01$	Щ) $6,67:0,0001$	Ъ) $9,9:0,0001$	Ы) $7,806:0,001$	Ь) $8,92:10000$
Э) $7,001:0,01$	Ю) $3,45:0,1$	Я) $8,18:0,0001$	W) $0,09:0,001$	Z) $0,009:0,01$

Имеется 2011 одинаковых по виду монет, среди которых либо две фальшивых, либо ни одной. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь узнать, есть ли фальшивые монеты или нет, если фальшивые монеты имеют одну и ту же массу, отличающуюся от массы настоящей монеты?

1.124. Вычислите:

А) $23,4\cdot100$ Б) $2,345:100$ В) $8,09\cdot0,001$ Г) $25000\cdot0,001$ Д) $4,5\cdot100$

Е) $0,0034\cdot100000$ Ё) $123400:1000$ Ж) $239:10000$ З) $29,01\cdot0,001$ И) $9,2:0,1$

Й) $0,0076:0,01$ К) $0,017:0,00001$ Л) $2,9:0,0001$ М) $0,01:0,001$ Н) $0,9\cdot0,001$

О) $0,009\cdot10000$ П) $6,6:0,00001$ Р) $4500:1000$ С) $57:1000$ Т) $3200:100$

У) $29400:10000$ Ф) $0,7:10000$ Х) $1,2\cdot1000$ Ц) $0,0087:100$ Ч) $6,7:0,001$

Ш) $8,9\cdot0,001$ Щ) $230000\cdot0,001$ Ъ) $403010:0,1$ Ы) $403010\cdot0,001$ Ь) $12010:1000$

Э) $238,09\cdot100$ Ю) $2,09\cdot10000$ Я) $34,092:1000$ W) $45700:10000$ Z) $100:100000$

1.125. Решите уравнение (то есть подберите такое значение переменной x, при подстановке которого получилось бы верное равенство):

А) $25,6\cdot x=25600$ Б) $25,6\cdot x=25,6$ В) $25,6\cdot x=2,56$

Г) $25,6\cdot x=0,0256$ Д) $25,6\cdot x=256$ Е) $25,6\cdot x=0$

Ё) $25,6:x=2560$ Ж) $25,6:x=0,0256$ З) $25,6:x=256$

1.126. Вычислите:

А) $20,04:2,004$ Б) $16,78:1,678$ В) $20,5:2050$ Г) $2,31:0,231$

Д) $3,12:0,00312$ Е) $26480:26,48$ Ё) $5,7:0,0057$ Ж) $570:0,0057$

1.127. Найдите значения дробных выражений. Ответ (если это возможно) представьте в виде десятичной дроби:

А) $\dfrac{0,4}{0,5}$ Б) $\dfrac{1,25}{0,25}$ В) $\dfrac{0,03}{1,5}$ Г) $\dfrac{1,7}{0,4}$ Д) $\dfrac{1,9}{2}$

Е) $\dfrac{12,6}{1,2}$ Ё) $\dfrac{3,8}{20}$ Ж) $\dfrac{0,25}{0,8}$ З) $\dfrac{0,72}{2,4}$ И) $\dfrac{2,7}{3,6}$

Й) $\dfrac{7,2\cdot2,8}{3,5\cdot0,64}$ К) $\dfrac{7,8\cdot5,5}{1,1\cdot0,39}$ Л) $\dfrac{0,19\cdot0,75\cdot10,8\cdot0,4}{0,03\cdot1,2\cdot2,5\cdot5,7}$ М) $\dfrac{0,16\cdot0,007}{0,02\cdot0,8}$

Н) $\dfrac{8,1\cdot3,06\cdot2,4}{0,4\cdot2,7\cdot10,2\cdot0,8}$ О) $\dfrac{0,56\cdot0,9\cdot3,6}{1,8\cdot0,42}$ П) $\dfrac{0,25\cdot3,2\cdot0,9\cdot2,1}{3,5\cdot2,4\cdot0,04}$

Р) $\dfrac{0,77\cdot3,2\cdot1,8\cdot0,63}{4,8\cdot0,27\cdot0,022\cdot4,9}$ С) $\dfrac{2,5\cdot9,9}{81\cdot0,55}$ Т) $\dfrac{0,2\cdot7,3\cdot0,46}{2,3\cdot0,48\cdot0,073}$

---

6 карасей легче 5 окуней, но тяжелее 10 лещей. Что тяжелее – 2 карася или 3 леща?

1.128. Вычислите устно:

А) $0,2+0,4$

Б) $0,3+0,6$

В) $0,13+0,65$

Г) $0,123-0,057$

Д) $0,34+0,26$

Е) $0,45+0,35$

Ё) $0,13-0,07$

Ж) $0,7+0,4$

З) $0,8+0,9$

И) $0,23+0,85$

Й) $0,234+0,813$

К) $1,2+2,4$

Л) $2,34+2,43$

М) $0,15+1,14$

Н) $1,23+2,27$

О) $1,45-0,23$

П) $1,17-0,16$

Р) $1,56-0,57$

С) $0,1+0,14$

Т) $0,12+0,044$

У) $0,4-0,03$

Ф) $0,5-0,13$

Х) $0,57-0,057$

Ц) $0,1-0,01$

1.129. Вычислите устно:

А) $0,2\cdot0,3$

Б) $0,7\cdot0,8$

В) $0,12\cdot0,3$

Г) $0,17\cdot0,3$

Д) $0,12\cdot1,1$

Е) $0,3^2$

Ё) $1,1^2$

Ж) $0,2\cdot0,55$

З) $3\cdot0,13$

И) $4\cdot0,15$

Й) $0,2\cdot0,05$

К) $0,02^2$

Л) $0,19\cdot0,3$

М) $0,37\cdot0,3$

Н) $12,3\cdot0,2$

О) $3,03\cdot0,3$

П) $1,1\cdot2,5$

Р) $0,34\cdot0,3$

С) $10,4\cdot0,3$

Т) $0,03^3$

У) $0,89\cdot2$

Ф) $0,25\cdot0,6$

Х) $0,14\cdot0,5$

Ц) $0,7\cdot0,07$

А) Можно ли разменять 25 рублей одиннадцатью купюрами достоинством 1 рубль, 3 рубля и 5 рублей? Б) Можно ли разменять 25 рублей десятью купюрами достоинством 1 рубль, 3 рубля и 5 рублей?

1.130. Вычислите устно:

А) $0,13+0,12$

Б) $0,15+0,07$

В) $1,2+1,9$

Г) $2,3+2,7$

Д) $2,8-1,3$

Е) $1,01-0,1$

Ё) $4,56-3,76$

Ж) $10,1-0,01$

З) $101-0,1$

И) $2,6+3,4$

Й) $0,78+0,3$

К) $0,23+0,078$

Л) $0,8-0,08$

М) $8-0,18$

Н) $0,2+0,5+0,05$

О) $2,57+4,43$

П) $0,13+0,3-0,18$

Р) $0,5-0,007$

С) $0,44-0,0008$

Т) $0,1+0,18-0,002$

У) $0,057-0,0007$

Ф) $0,13+1,3$

Х) $3,47-2,17$

Ц) $0,2+0,7+0,6+0,9$

1.131. Вычислите устно:

А) $0,12\cdot 5$

Б) $0,14\cdot 0,03$

В) $0,1^2$

Г) $0,24\cdot 0,2$

Д) $2,24\cdot 3$

Е) $0,151\cdot 4$

Ё) $0,13\cdot 0,05$

Ж) $34,05\cdot 3$

З) $0,8\cdot 0,4$

И) $0,5^3$

Й) $0,9\cdot 0,009$

К) $0,36\cdot 0,3$

Л) $12,5\cdot 2$

М) $1,7\cdot 0,4$

Н) $0,125\cdot 0,4$

О) $1,5^2$

П) $0,6\cdot 0,5$

Р) $6,1\cdot 0,3$

С) $13,3\cdot 2$

Т) $0,651\cdot 0,2$

У) $7,7\cdot 2$

Ф) $0,56\cdot 2$

Х) $13,3\cdot 4$

Ц) $1,2^2$

По двум телевизионным каналам одновременно начали показывать один и тот же фильм. На первом канале фильм разбили на части по 20 минут каждая и вставили между ними двухминутные рекламные паузы. А на втором канале фильм разбили на части по 10 минут каждая и вставили между ними минутные рекламные паузы. На каком канале фильм закончится раньше?

1.132. Вычислите устно:

А) $0,34+0,2$

Б) $0,17\cdot 0,3$

В) $6,7+0,67$

Г) $0,45\cdot 0,2$

Д) $1,2-0,08$

Е) $0,96+0,04$

Ё) $0,34\cdot 0,2$

Ж) $0,67\cdot 0,2$

З) $0,17-0,03$

И) $10-0,2$

Й) $0,9-0,07$

К) $0,15\cdot 0,07$

Л) $0,15\cdot 0,3$

М) $1,2\cdot 0,08$

Н) $0,15-0,07$

О) $0,178-0,009$

П) $0,25\cdot 4$

Р) $8,1-0,6$

С) $0,9\cdot 0,07$

Т) $6\cdot 0,81$

У) $4-0,75$

1.133. Вычислите устно:

А) $0,12:2$

Б) $0,18:3$

В) $0,75:3$

Г) $0,5:5$

Д) $0,24:8$

Е) $0,2:4$

Ё) $0,3:6$

Ж) $0,4:8$

З) $0,1:2$

И) $0,51:3$

Й) $0,81:9$

К) $0,104:2$

Л) $0,014:2$

М) $1,2:3$

Н) $2,5:5$

О) $2,6:2$

П) $3,9:13$

Р) $2,5:2$

С) $0,5:2$

Т) $0,02:4$

У) $1,1:2$

Том Сойер и Гек Финн красили забор. Первым за кисть взялся Том: он прошел вдоль забора и покрасил каждую пятую по счету дощечку. Затем за дело взялся Гек и покрасил каждую четвертую по счету дощечку из неокрашенных. Затем красил Том – каждую третью по счету дощечку из неокрашенных. И, наконец, Гек покрасил последние 7 дощечек. Сколько всего дощечек в заборе?

Среди девяти монет две фальшивые. Определите фальшивые монеты за четыре взвешивания на чашечных весах без гирь, если известно, что обе фальшивые монеты весят одинаково, причём тяжелее настоящих.

XXX

1.134. Вычислите устно:

А) $0,24:2$

Б) $0,36:6$

В) $4,8:4$

Г) $3,4:17$

Д) $0,046:23$

Е) $10,7:107$

Ё) $0,1:20$

Ж) $0,13:2$

З) $0,0012:3$

И) $0,49:7$

Й) $5,5:11$

К) $4,5:2$

Л) $10,1:2$

М) $1,5:3$

Н) $0,01:2$

О) $0,3:5$

П) $4,05:2$

Р) $0,1:50$

С) $0,15:2$

Т) $0,02:5$

У) $0,1:500$

Ф) $19:2$

Х) $9:5$

Ц) $0,1:4$

1.135. Вычислите устно:

А) $0,9\cdot1,1$

Б) $9,09:3$

В) $3-0,99$

Г) $0,99\cdot0,2$

Д) $0,25\cdot1,6$

Е) $2,3+2,75$

Ё) $1,1:2$

Ж) $1,1\cdot0,06$

З) $0,04:5$

И) $0,3-0,015$

Й) $0,99-0,2$

К) $12,5:5$

Л) $0,45+0,65$

М) $0,04^2$

Н) $4,5:2$

О) $0,3:15$

П) $0,13-0,014$

Р) $5,6:7$

С) $1,2:5$

Т) $2,7-1,17$

У) $0,3\cdot0,015$

Ф) $4:5$

Х) $7:2$

Ц) $0,2:40$

Доктор Айболит раздал четырём заболевшим зверям 2006 чудодейственных таблеток. Носорог получил на одну больше, чем крокодил, бегемот на одну больше, чем носорог, а слон — на одну больше, чем бегемот. Сколько таблеток придётся съесть слону?

Можно ли все натуральные числа от 1 до 30 записать в таблицу 5 строчек на 6 столбцов так, чтобы все суммы чисел, стоящих в столбцах, были равны? Ответ объясните.

1.136. Вычислите:

А) $7,6:2$

Б) $6,3:3$

В) $0,8:4$

Г) $1,8:6$

Д) $1,4:7$

Е) $3,5:0,7=35:7=5$

Ё) $8:0,4=80:4=20$

Ж) $10:0,5$

З) $18:0,9$

И) $64:3,2$

Й) $49:0,7$

К) $8,2:4,1$

Л) $17,5:3,5$

М) $90:4,5$

Н) $7,7:0,11$

О) $0,64:0,08$

П) $6,6:0,06$

Р) $10,05:0,5$

С) $35:0,05$

Т) $1,64:0,004$

У) $10:0,25$

Ф) $20:0,05$

1.137. Вычислите:

А) $48\cdot0,5=48\cdot\frac{1}{2}=48:2=24$

Б) $48\cdot0,25=48\cdot\frac{1}{4}=48:4=12$

В) $116\cdot0,5$

Г) $38\cdot0,5$

Д) $84\cdot0,25$

Е) $64\cdot0,25$

Ё) $284\cdot0,5$

Ж) $158\cdot0,5$

З) $84\cdot0,25$

И) $264\cdot0,25$

Й) $1008\cdot0,25$

К) $0,2\cdot0,25$

Л) $2,3\cdot20$

М) $3,4\cdot300$

Н) $1,12\cdot200$

О) $0,4:8$

П) $0,15:50$

Р) $0,012:3$

С) $0,17:2$

Т) $0,11:55$

У) $0,9:1,5$

1.138. Вычислите рациональным способом:

А) $1,5\cdot2,2\cdot2$ Б) $6,54\cdot0,25\cdot4$ В) $2\cdot3,8\cdot0,5$ Г) $2,5\cdot0,061\cdot4$

Д) $13,7\cdot0,2\cdot5$ Е) $0,25\cdot0,2\cdot4\cdot5$ Ё) $50\cdot18,8\cdot0,2$ Ж) $2,5\cdot0,0034\cdot400$

З) $8\cdot0,111\cdot0,125$ И) $0,4\cdot7,5\cdot4\cdot2,5$ Й) $75\cdot0,2\cdot0,5\cdot4$ К) $0,8\cdot0,125\cdot4\cdot25$

1.139. Найдите значение выражения.

А) $6,144:12+1,64$ Б) $0,07+0,1001:1,43$ В) $48:(73,29+46,71)$

Г) $(4,52-2,17)\cdot 2,08$ Д) $62,12-61,44:1,2$ Е) $(5,04-3,816)\cdot 0,5$

Ё) $2,25:(0,015\cdot 0,4)$ Ж) $9:0,012:300$ З) $15,3:(1+0,25\cdot 16)$

И) $40,28-22,5:12,5+1,7$ Й) $1,6\cdot 1,1+1,8:4$ К) $(4,8-0,42\cdot 8,5):0,5$

Л) $18-10,5:3$ М) $(22,506+14,694)\cdot(27,251-17,251)$

Н) $30-19,56:(4,2+3,95)$ О) $(2,6-1,04):0,24\cdot 0,8$

П) $3,5\cdot(8,68+1,136)-135,531:33,3$ Р) $39,072:9,6+(55,4-17,66):6,8$

С) $(8,94+9,39):(7,57-1,4\cdot 2,05)$ Т) $10,79:8,3-(5-0,56):3,7$

У) $46,08:(1,5-1,116)\cdot 0,4+44,8$ Ф) $8,364:(8-3,92)-2,05\cdot(14,45-14,05)$

Х) $3,5:7+2,8:0,4-0,74:5$ Ц) $50-19,56:(0,237+0,163)-0,71\cdot 0,5$

Ч) $(0,57:1,9\cdot 4,4-0,68:1,7):0,4$ Ш) $10,02\cdot 5-(44-34,5-7,87):0,05$

Щ) $3,36:3,2+(4-(7-6,3)\cdot 4,2)-1,1$ Ъ) $(22,506+14,694):3,72-1,08\cdot(3+1,65)-5,07:65$

Ы) $38,7:(51,03-42,43)-(0,4+4,578:3,27)\cdot 2,02$

Ь) $420,42:8,4+(161,14-4,4\cdot 0,35):(4,08\cdot 30,5-123,3)-90,06$

1.140. Найдите значение выражения.

А) $\left(2\frac{1}{4}+3\frac{2}{3}\right):\left(8,5-1\frac{2}{5}\right)\cdot 1,2$ Б) $\left(12,75-6\frac{11}{12}+14,8-7\frac{2}{15}\right):\left(10\frac{2}{3}-3\frac{11}{12}\right)$

В) $\left(5,07:\frac{1}{20}-23,4:\frac{13}{50}\right)\cdot\frac{1}{4}+0,074\cdot\frac{1}{2}$ Г) $\left(3\frac{2}{3}+1\frac{3}{4}\right):\left(6\frac{7}{12}-2\frac{1}{4}\right)\cdot 0,8$

Д) $\left(11,25-3\frac{5}{12}+4,3-7\frac{19}{30}\right):\left(7\frac{7}{12}-5\frac{5}{6}\right)$ Е) $\left(3,04:\frac{1}{30}-16,03:\frac{7}{20}\right)\cdot\frac{1}{5}+0,072\cdot\frac{1}{3}$

Ё) $\left(5\frac{3}{5}-1\frac{1}{3}\right):\left(7\frac{7}{12}-2\frac{1}{4}\right)\cdot 1,25$ Ж) $\left(9,5-3\frac{3}{5}+5,5-6\frac{13}{15}\right)\cdot\left(2\frac{5}{12}+1\frac{1}{3}\right)$

Расставьте в ряд числа от 1 до 100 так, чтобы любые два соседних отличались по крайней мере на 50.

У числа 2011! **вычислили сумму цифр. У полученного числа снова вычислили сумму цифр. И так продолжали до тех пор, пока не получилось однозначное число. Какое число получилось?**

1.141. Найдите 0,73 числа, 0,21 которого равны 1,575.

1.142. Найдите 0,89 числа, 0,37 которого равны 425,5.

1.143. Сумма двух чисел равна 77, а разность равна 15. Найдите эти числа.

1.144. Сумма двух чисел равна 100, а разность равна 32. Найдите эти числа.

1.145. Сумма двух чисел равна 25, а разность равна 2. Найдите эти числа.

1.146. Сумма двух чисел равна 1,9, а их разность равна 1,27. Найдите эти числа.

1.147. Сумма двух чисел равна 2,4, а их разность равна 1,63. Найдите эти числа.

1.148. Сумма двух чисел равна $11/12$, а их разность равна $7/30$. Найдите эти числа.

1.149. Сумма двух чисел равна $7/18$, а их разность равна $5/27$. Найдите эти числа.

1.150. Первое число на 37 больше второго. Найдите эти числа, если их сумма равна 121.

1.151. Первое число на 22 меньше второго. Найдите эти числа, если их сумма равна 78.

1.152. Найдите два числа, если одно из этих чисел в 2 раза больше другого, а сумма их равна 132.

1.153. Найдите два числа, если одно из этих чисел в 3 раза меньше другого, а сумма этих чисел равна 144.

1.154. Найдите два числа, если одно из этих чисел в 5 раз больше другого, а разность этих чисел равна 216.

1.155. Найдите два числа, если одно из них в 1,5 раза больше другого, а сумма этих чисел равна 45.

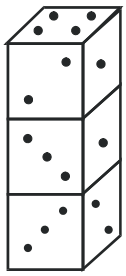
1.156. Найдите два числа, если одно из них в 5,7 раза больше другого, а сумма этих чисел равна 80,4.

1.157. Первое число на $1\frac{2}{3}$ больше второго и на 2,2 меньше третьего. Найдите эти числа, если их сумма равна 15.

1.158. Первое число на $2\frac{1}{7}$ меньше второго и на 3,1 больше второго. Найдите эти числа, если их сумма равна 18.

1.159. Сумма двух чисел равна $2\frac{4}{15}$, причем одно число составляет $\frac{1}{3}$ другого. Найдите эти числа.

Три одинаковых кубика поставили друг на друга (см. рис.). Чему может быть равна сумма очков на всех шести горизонтальных гранях?



1.160. Сумма двух чисел равна 52,5, причем одно число составляет 0,75 другого. Найдите эти числа.

1.161. Сумма двух чисел равна 1. Найдите эти числа, если 0,5 первого числа равны $\frac{1}{7}$ второго.

1.162. Сумма двух чисел равна 1. Найдите эти числа, если $\frac{1}{3}$ первого числа равна 0,4 второго.

1.163. В двух коробках 7,8 кг конфет. Когда из одной коробки взяли 1,25 кг конфет, то в обеих коробках конфет стало поровну. Сколько конфет было в каждой коробке?

1.164. В двух ящиках было 38,25 кг гвоздей. Если из одного ящика переложить в другой 4,75 кг гвоздей, то в обоих ящиках гвоздей станет поровну. Сколько кг гвоздей было в каждом ящике?

1.165. Проволоку длиной $31\frac{1}{2}$ м разрезали на три части так, что вторая часть больше третьей на $3\frac{1}{5}$ м, а первая больше второй на $1\frac{3}{4}$ м. Найдите длину каждой части.

1.166. В трех канистрах было $43\frac{3}{4}$ л бензина. Сколько бензина было в каждой канистре, если известно, что после того, как из первой канистры перелили во вторую $2\frac{1}{2}$ л и в третью $1\frac{3}{5}$ л, во всех трех канистрах бензина оказалось поровну?

1.167. В первом ящике на 3 кг яблок меньше, чем во втором, а в третьем – в 1,2 больше, чем во втором. Сколько кг яблок в каждом ящике, если в трех ящиках 125 кг яблок?

1.168. Длина первого отрезка в 1,4 раза дольше длины второго, а длина третьего – на 6 см больше длины второго. Найдите длину каждого отрезка, если сумма их длин 125 см.

1.169. Мастер и его ученик должны были сделать некоторое количество деталей. По окончании работы выяснилось, что мастер сделал $\frac{2}{3}$ всего задания и еще 8 деталей, а его ученик – 0,25 того, что выполнил мастер. Сколько деталей сделали ученик и мастер?

1.170. Двое рабочих должны были сделать некоторое количество деталей. По окончании работы выяснилось, что первый рабочий сделал $\frac{4}{5}$ всего задания и еще 40 деталей, а второй рабочий -- 0,15 того, что выполнил первый. Сколько деталей сделали двое рабочих?

1.171. Найдите значение выражения.

А) $\left(1,5:\frac{1}{3}-\frac{3}{8}:0,25\right)\cdot 3,2-3,2\cdot\frac{5}{8}$

Б) $\frac{7}{40}:2\frac{11}{12}-0,1\cdot\left(1,45:2\frac{1}{3}-\frac{1}{20}:2\frac{1}{3}\right)$

В) $\left(3,6\cdot 2\frac{7}{9}+1,125+5\frac{2}{5}\cdot 2\frac{7}{9}-1\frac{1}{8}\right):2,5$

Г) $20:33\frac{1}{3}-\left(4\frac{7}{25}-1,28\right):\left(0,75+3\frac{1}{4}\right)\cdot 0,2$

---

4 кузнеца должны подковать 5 лошадей. Каждый кузнец тратит на одну подкову 5 минут. Какое наименьшее время они должны потратить на работу? Учтите, что лошадь не может стоять на двух ногах.

Д) $4,5+0,5\cdot\left(2,4\cdot1,375-1,64:0,8\right):2\frac{1}{12}-1\frac{2}{7}\cdot1,4$

Е) $\left(2,5-0,75\right)\cdot\frac{4}{7}+\left[\left(3\frac{3}{8}-2\frac{11}{12}\right)\cdot1\frac{7}{9}+2\frac{11}{12}\cdot1\frac{7}{9}\right]:\left(3,5:2\frac{1}{3}\right)$

Ё) $0,198\cdot9\frac{1}{11}-\left[\left(2,56+\frac{3}{4}-2,56-0,125\right)\cdot2\frac{2}{3}-\frac{1}{15}\right]:16\cdot\left(5\frac{3}{4}+2,25\right)$

Ж) $\left(8,96:0,8+1\frac{1}{8}\cdot0,8\right):1,1-\left[\left(5\frac{7}{12}-2\frac{17}{36}\right)\cdot0,9-4\frac{1}{3}:2,6\cdot0,6\right]:\frac{1}{5}$

З) $\frac{16\frac{2}{3}-15\frac{1}{6}+1,3}{2,5\cdot0,56\cdot0,4}$

И) $\frac{\left(2,4\cdot3\frac{1}{4}+7,1\cdot3\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{4}{13}}{\left(\frac{11}{40}-0,125\right)\cdot6\frac{1}{3}+17,1\cdot0,5}$

Й) $\frac{\left(2\frac{5}{6}+1,75\right)\cdot0,14}{2\frac{1}{3}\cdot1,1:1,6}$

К) $\frac{\left(\frac{2,1}{0,4}+\frac{3,3}{1,8}\right):0,51\cdot0,36}{2\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{4,5}{4,2}-\frac{1,6}{2,8}\right)}$

Л) $\frac{0,3\cdot7,8:0,39-\frac{5}{12}\cdot3,6}{1\frac{5}{13}\cdot0,26:0,1+0,4}$

М) $\frac{21,75-18\frac{3}{8}}{1,8:0,4\cdot0,3}$

Н) $\left(1\frac{2}{13}\cdot0,42+0,78\cdot1\frac{2}{13}\right)\cdot1\frac{4}{9}:0,6-0,5\cdot5\frac{2}{3}$

1.172. Найдите значение выражения.

А) $\left(1\frac{3}{8}+1\frac{3}{4}-0,411\right):0,59$

Б) $\left(6\frac{8}{15}-1,35\right):\left(2\frac{4}{5}+0,2\right)$

В) $12,8\cdot0,25:\left(\frac{3}{4}-0,125\right)$

Г) $\left(\frac{1}{2}+0,8-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(3+5\frac{8}{25}-0,12\right)$

Д) $\left(2\frac{3}{4}+0,15-1\frac{8}{25}\right):\left(2\frac{1}{2}-1\frac{3}{4}+0,04\right)$

Е) $\left(2,314-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{50}+\left(1\frac{11}{16}+0,7125\right):3$

Ё) $1,456:\frac{7}{25}+\frac{5}{16}:0,125+4\frac{1}{2}\cdot0,8$

Ж) $\left(4\frac{1}{8}-0,004\cdot300\right):0,0015+\left(4\frac{1}{5}-3\frac{1}{2}\right):10$

З) $\left(3,625+0,25+2\frac{3}{4}\right):\left(28,75+92\frac{1}{4}-15\right):0,0625$

И) $\frac{\left(\frac{1}{2}+0,4+0,375\right)\cdot\frac{2}{5}}{\frac{2}{3}\cdot75}$

Й) $\frac{3\frac{1}{3}\cdot1,9+19,5:4\frac{1}{2}}{\frac{62}{75}-\frac{4}{25}}$

К) $\frac{\left(1,5+2\frac{2}{3}+3\frac{3}{4}\right)\cdot3,6}{14-15\frac{1}{8}:2}$

Л) $\frac{2,4\cdot3\frac{3}{4}+2\frac{2}{11}\cdot4,125}{5\frac{5}{6}\cdot2\frac{4}{7}}$

М) $\dfrac{3,5+4\frac{2}{3}+2\frac{2}{15}}{1\frac{1}{20}+4,1}$

Н) $\dfrac{\left(0,3125\cdot 1\frac{1}{5}+\frac{11}{40}\right):1,3}{\left(\frac{18}{25}-0,39\right):\frac{33}{50}}$

О) $\dfrac{\left(0,5:1,25+\frac{7}{5}:1\frac{4}{7}-\frac{3}{11}\right)\cdot 3}{\left(1,5+\frac{1}{4}\right):18\frac{1}{3}}$

П) $60:\dfrac{(0,6+0,425-0,005):0,01}{10,5+5\frac{1}{4}+3\frac{1}{6}+15\frac{1}{12}}$

Р) $\dfrac{\left(4,07:\frac{1}{20}-23,01\cdot 0,06\right):4+0,0703\cdot\frac{1}{2}}{\left(7,3745:3,01-1\frac{1}{4}\right)\cdot 1,02+0,78}$

С) $\dfrac{1,0905:0,025-6,84\cdot 3,07+2,38:100}{2,192:6,85+45,553\cdot\frac{1}{25}+0,12238}$

Т) $\dfrac{\left(5\frac{4}{45}-4\frac{1}{15}\right)\cdot 30}{1\frac{1}{3}}-\dfrac{4,25:0,85+1:0,5}{(5,56-4,06):3}$

У) $\dfrac{(1,09-0,29)\cdot 1\frac{1}{4}}{\left(18,9-16\frac{13}{20}\right)\cdot\frac{8}{9}}+\dfrac{(11,81+8,19)\cdot 0,02}{9:11,25}$

Ф) $\dfrac{(12,61008:5,04+79,235:6,5)\cdot 6\frac{1}{2}+4,502}{512,9:25-\left(108,405:6\frac{3}{5}-255,84:78\right):1,25}$

Х) $\dfrac{\frac{3}{4}\cdot\left(4,4-3,75+8\frac{7}{15}+8\frac{7}{60}\right)}{\left(3\frac{1}{2}-2,75\right):0,2}$

Ц) $\dfrac{\left(\frac{1}{6}+0,1+\frac{1}{15}\right):\left(\frac{1}{6}+0,1-\frac{1}{15}\right)}{\left(0,5-\frac{1}{3}+0,25-\frac{1}{5}\right):\left(0,25-\frac{1}{6}\right)}$

Ч) $\dfrac{0,4+8:\left(5-0,8\cdot\frac{3}{8}\right)-5:2\frac{1}{2}}{1\frac{7}{8}\cdot 8-\left(8,9-2,6:\frac{2}{3}\right)}$

Ш) $\left(\dfrac{2,5+3\frac{1}{3}}{2,5-2\frac{1}{3}}:\dfrac{4,6-2\frac{1}{3}}{4,6+2\frac{1}{3}}\right):\left(\dfrac{0,05}{\frac{1}{7}-0,125}-0,2\right)$

Щ) $\dfrac{\left(\frac{7}{2000}+0,0065\right):0,001}{\left(\frac{3}{3125}+0,00004\right)\cdot\frac{1}{0,0001}}$

Ь) $\left(0,71-\frac{1}{4}\right):\left(0,71+\frac{1}{4}\right)\cdot\dfrac{\left(15-9\frac{1}{3}\right):2\frac{5}{9}}{\left(19\frac{2}{3}-11\frac{7}{9}\right)\cdot\frac{9}{71}}$

Ы) $\dfrac{0,8:\left(\frac{4}{5}\cdot 1,25\right)}{0,64-\frac{1}{25}}+\dfrac{\left(1,08-\frac{2}{25}\right):\frac{4}{7}}{\left(6\frac{5}{9}-3\frac{1}{4}\right)\cdot 2\frac{2}{17}}+1,2\cdot 0,5:\frac{4}{5}$

Ъ) $\left(\left(1\frac{7}{9}+1,2\right)\cdot 3\frac{6}{67}-\left(5\frac{5}{6}-3,875\right)\cdot 0,96\right)\cdot\frac{39}{61}\cdot\frac{35}{52}\cdot\frac{45}{49}\cdot\frac{14}{27}$

Э) $\left(\left(\left(6\frac{5}{7}-4,375\right)\cdot 1,12-1,22\right):3\frac{2}{9}+\frac{82}{145}\right):0,625+8,175:12\frac{1}{9}$

Ю) $\left(2,75-1\frac{1}{3}\right)\cdot 1,44:10,2+\left(3\frac{4}{7}+1\frac{2}{3}-4\frac{13}{14}\right):3,25\cdot 10,5$

Я) $\left(5\frac{3}{11}+3\frac{7}{22}-8,25\right)\cdot 1,76:1,875+\left(1\frac{5}{6}+2\frac{4}{9}\right)\cdot 2\frac{5}{11}:5,25$

Произведение двух чисел умножили на их разность. Могло ли получиться 30? А могло ли получиться 17325?

Округление десятичных дробей.

В 5ом классе мы изучали тему «Округление натуральных чисел». Как мы знаем, когда абсолютная точность не нужна, числа округляют, то есть заменяют точные данные числами с нулями на конце. Разберём несколько примеров и вспомним правила округления натуральных чисел.

Рассмотрим число 6747. Округлим это число до десятков. Найдём два ближайших круглых числа: $6740 < 674\underline{7} < 6750$. Таким образом, число 6747 можно заменить на 6740 (округление с недостатком) или на 6750 (округление с избытком). Какому же округлению отдать предпочтение? Это определяет цифра, следующая за разрядом, до которого мы округляем. В данном случае мы округляем до десятков , и поэтому смотрим на разряд единиц. Так в разряде единиц стоит цифра 7, то число 6747 ближе к числу 6750. Значит, мы выбираем округление с избытком: $674\underline{7} \approx 675\underline{0}$. При этом цифра в разряде десятков увеличивается на 1, а цифра в разряде единиц заменяется цифрой 0.

Теперь округлим число 6747 до сотен. Имеем: $6700 < 6\underline{7}47 < 6800$. Так как в разряде десятков стоит цифра 4, то число 6747 ближе к числу 6700. Следовательно, в данном случае мы выбираем округление с недостатком: $6\underline{7}47 \approx 6700$. При этом цифра в разряде сотен не изменяется, а все предыдущие разряды, стоящие справа, заменяются нулями.

При округлении до тысяч имеем: $6000 < \underline{6}747 < 7000$. Так как в разряде сотен стоит цифра 7, то число 6747 стоит на числовой прямой ближе к числу 7000. Выбираем округление с избытком: $\underline{6}747 \approx 7000$. Отметим, что число 6747 можно округлить и до десятков тысяч: $0 < \_6747 < 10000$. В этом случае мы также выбираем округление с избытком: $\_6747 \approx 10000$. Снова отметим, что цифра в разряде десятков тысяч (десятков тысяч не было, поэтому можно считать, что в этом разряде стоит цифра 0) увеличивается на 1, а все разряды, стоящие справа, заменяются нулями.

Рассмотрим ещё один пример. Округлим 2583 до тысяч. «Зажмём» это число между тысячами: $2000 < \underline{2}\boxed{5}83 < 3000$. За разрядом тысяч в числе 2583 следует «серединная» цифра 5. Число 2500 расположено ровно посередине между числами 2000 и 3000, но дополнительные 83 единицы относят 2583 ближе к верхней границе. Поэтому в данном случае мы снова выберем округление с избытком: $\underline{2}\boxed{5}83 \approx 3000$. А как же округлить до тысяч число 2500? Это число находится на одинаковом расстоянии и от числа 2000, и от числа 3000. Поэтому и округление с избытком, и округление с недостатком имеют здесь одинаковую точность. В таком спорном случае, чтобы проще формулировать общее правило округления, всегда выбирают округление с избытком: $\underline{2}\boxed{5}00 \approx 3000$.

Итак, сформулируем правило округления натуральных чисел до некоторого разряда (до десятков, до сотен, до тысяч и т.д.):

1. смотрим на цифру, расположенную справа от разряда, до которого округляют число;

2. если это цифра 0, 1, 2, 3 или 4, то мы заменяем нулями, все цифры, стоящие справа от указанного разряда, а цифру в этом разряде не изменяем;

3. если это цифра 5, 6, 7, 8 или 9, то мы заменяем нулями, все цифры, стоящие справа от указанного разряда, а цифру в этом разряде увеличиваем на 1.

При работе с десятичными дробями абсолютная точность тоже не всегда бывает нужна. Рассмотрим такой пример. Пусть комната прямоугольной формы имеет размеры $5,6 \times 3,8$ м. Чтобы найти её площадь, перемножим длину на ширину. Имеем: $5,6 \cdot 3,8 = 21,28$ м^2. Но в документах на жильё, указывая площадь помещения, обычно ограничиваются десятыми долями квадратного метра. Таким образом, нам надо округлить дробь $21,28$ ***до десятых***, то есть подобрать ближайшую десятичную дробь, в записи которой есть только разряд десятых. «Зажмём» дробь $21,28$ между такими дробями: $21,2 < 21,28 < 21,3$. Используя основное свойство десятичных дробей, это неравенство удобно переписать так: $21,20 < 21,\underline{2}\boxed{8} < 21,30$. За разрядом десятых следует цифра 8. Тогда нетрудно видеть, что число $21,28$ стоит ближе к числу $21,30$. Следовательно, в данном случае мы выбираем округление с избытком: мы говорим, что $21,28$ приблизительно равно $21,30$. Обозначение: $21,\underline{2}\boxed{8} \approx 21,\underline{3}0 = 21,3$. Отметим, что цифра в разряде десятых увеличилась на 1, а цифру в разряде сотых, стоящем справа, мы заменили цифрой 0. А потом – по основному свойству десятичных дробей – этот ноль справа можно отбросить!

Рассмотрим ещё один пример. При торгах на валютной бирже курсы валют определяют с точностью до десятитысячных долей рубля. (Такая точность важна, когда проводятся сделки с большим объёмом валюты.) Но в жизни такая точность не нужна: самая маленькая денежная единица – копейка – составляет одну сотую часть рубля. Предположим, что курс доллара составил 29,7845 рублей. Округлим этот курс ***до сотых***, то есть подберём ближайшую десятичную дробь, в записи которой есть только разряды десятых и сотых. «Зажмём» дробь 29,7845 между такими дробями: $29,78 < 29,7\underline{8}\boxed{4}5 < 29,79$. Используя основное свойство десятичных дробей, это неравенство удобно переписать так: $29,7800 < 29,7\underline{8}\boxed{4}5 < 29,7900$. Так как за разрядом сотых стоит цифра 4, то число 29,7845 ближе к числу $29,7800$, то есть в данном случае мы выбираем округление с недостатком: $29,7\underline{8}\boxed{4}5 \approx 29,7800 = 29,78$. При этом цифра в разряде сотых не изменяется, а все цифры, стоящие справа, заменяются нулями. И снова – по основному свойству десятичных дробей – эти нули справа можно отбросить!

Итак, мы видим, что правило округления десятичных дробей точно такое же, что и правило округления натуральных чисел. Цифры, стоящие справа от того разряда, до которого мы округляем, мы всегда заменяем нулями. При этом нули, стоящие в целой части числа, мы оставляем, а нули стоящие в дробной части по основному свойству дроби можно отбросить.

Рассмотрим ещё несколько примеров: выполним все возможные округления с дробью $1253,8026$. В каждом случае объясните какое округление (с избытком или с недостатком) выбрано и почему.

$\underline{1}\boxed{2}53,8026 \approx \underline{1}000,0000 = \underline{1}000$ – округление до ***тысяч.***

$12\underline{5}\boxed{3},8026 \approx 13\underline{0}0,0000 = 13\underline{0}0$ – округление до ***сотен.***

$125\underline{3}\boxed{,}8026 \approx 125\underline{0},0000 = 125\underline{0}$ – округление до ***десятков.***

$1253\underline{,}\boxed{8}026 \approx 1254,0000 = 125\underline{4}$ – округление ***до разряда единиц***. Округление до разряда единиц также часто называют округлением ***до целых***.

$1253,\underline{8}\boxed{0}26 \approx 1253,\underline{8}000 = 1253,\underline{8}$ – округление ***до десятых***.

$1253,80\underline{2}\boxed{6} \approx 1253,8000 = 1253,8\underline{0}$ – округление ***до сотых***. Отметим, что цифру 0 в разряде сотых мы оставили, чтобы показать, что округление было произведено до сотых.

$1253,802\underline{6} \approx 1253,8030 = 1253,803$ – округление ***до тысячных.***

Ещё раз отметим, что нули мы отбрасываем только в дробной части числа и ни в коем случае не отбрасываем нули в целой части!

1.173. Прочитайте двойное неравенство. Укажите, к какому из двух крайних чисел ближе среднее число:

А) $6 < 6,3 < 7$ Б) $9 < 9,6 < 10$ В) $14,3 < 14,37 < 14,4$

Г) $20,1 < 20,12 < 20,2$ Д) $13,13 < 13,1357 < 13,14$ Е) $24,155 < 24,1555 < 24,156$

1.174. «Зажмите» число с указанной точностью. Выполните затем округление до указанного разряда.

А) $12,34$ с точностью до десятых

Ответ: $12,3 < 12,34 < 12,4$; $12,34 \approx 12,3$.

Б) 1,478 с точностью до сотых

В) 1,4569 с точностью до тысячных

Г) 12473,8 с точностью до десятков

Д) 46745,789 с точностью до тысяч

Е) 143,55 с точностью до целых

Ё) 0,00000057 с точностью до десятимиллионных

Ж) 34,384 с точностью до сотых

З) 54,3876 с точностью до тысячных

1.175. Округлите число до всех возможных разрядов:

А) 1234,56789 Б) 786,589 В) 56765,49906 Г) 899,104

Д) 980760,78036 Е) 10990,95094 Ё) 1730,000343 Ж) 57595,7045

1.176. Округлите:

А) 123,45 до десятых Б) 658,763 до сотен В) 765,3401 до сотых

Г) 765,3401 до тысячных Д) 7,999701 до тысячных Е) 7,999701 до стотысячных

Ё) 1244,84783 до тысяч Ж) 89,4453 до сотых З) 83746,78 до сотен тысяч

И) 87,26927 до десятитысячных Й) 848,94 до целых К) 839,37 до единиц

Л) 382,39 до целых М) 73,9997 до тысячных Н) 8,80019 до тысячных

1.177. Округлите:

А) $\frac{1}{8}$ до десятых Б) $\frac{7}{40}$ до десятых В) $\frac{13}{125}$ до десятых

Г) $\frac{1}{3}$ до сотых Д) $\frac{2}{3}$ до сотых Е) $\frac{1}{57}$ до десятитысячных

Сравните числа 32^{100} **и** 9^{250}**.**

1.178. Выполните действия и полученный результат округлите:

А) $2,3 \cdot 4,6$, до десятых

Б) $4,34 \cdot 2,1$, до сотых

В) $5,879 \cdot 3,4$, до тысячных

Г) $4,56 \cdot 5,55$, до единиц

Д) $3,0001 \cdot 2,999$, до сотых, до десятитысячных, до миллионных

Е) $5\frac{4}{9} : 43\frac{5}{9}$, до десятых

Ё) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{261}{400}$, до единиц

Ж) $3\frac{1}{8} + 4\frac{3}{200}$, до сотых

1.179. Вычислите и полученный результат округлите:

А) $345,67 \cdot 0,01$, до десятых

Б) $457,9963 : 0,01$, до сотен, до сотых

В) $986,99990006 \cdot 0,1$ до десятков, до десятых, до десятитысячных

Г) $4367 \cdot 0,000001$, до тысячных

Д) $876,978 : 0,00001$, до сотен, до тысяч, до миллионов

Е) $65,98 \cdot 0,01$, до десятых, до сотых, до тысячных

Ё) $65,98 : 0,01$, до десятков, до сотен, до тысяч

1.180. Алиса задумала некоторое число и, округлив его до десятых, получила 12,7. Какое число могла задумать Алиса. Как описать все числа, которые могла задумать Алиса?

1.181. Федя задумал некоторое число и, округлив его до сотых, получил 1,80. Какое число мог задумать Федя. Как описать все числа, которые мог задумать Федя?

1.182. Вычислите и полученный результат округлите:

А) $2,7 \cdot 9,8$, до десятых

Б) $34,89 \cdot 0,1$, до сотых

В) $23,99 \cdot 0,01$, то тысячных, до десятитысячных

Г) $25,1 \cdot 2,67$ до сотен, до десятков, до единиц

Д) $13,289 : 0,1$, до десятых

Е) $25,999 : 0,001$, до десятков, до единиц, до десятков тысяч

Ё) $56,0099 \cdot 1000$, до единиц, до десятков

Ж) $2,001 \cdot 3,009$, до сотых, до стотысячных

Восстановите запись умножения в столбик:

$$\begin{array}{r} * \; * \\ \times \quad 8 \; * \\ \hline * \; * \; * \\ + \quad * \; * \quad \\ \hline * \; * \; * \; * \end{array}$$

1.183. Вычислите и полученный результат округлите:

А) $3{,}1 \cdot 4{,}2$, до десятых

Б) $38{,}49 : 0{,}1$, до единиц, до сотен

В) $56{,}99 : 0{,}01$, до десятков, до десятков тысяч

Г) $65{,}3 \cdot 3{,}21$, до сотых

Д) $23{,}67 \cdot 0{,}1$, до сотых

Е) $37{,}999 \cdot 0{,}01$, до десятков, до единиц

Ё) $99{,}7891 \cdot 1000$, до сотен, до десятков тысяч

Ж) $5{,}002 \cdot 4{,}003$, до сотых, до стотысячных

1.184. Федя при сложении десятичных дробей сначала округляет эти дроби до указанного разряда, а потом складывает. (Ленивый мальчик!) А Алиса честно складывает дроби, а потом полученный ответ округляет до указанного разряда. (Умная девочка!) Зависит ли ответ от способа вычислений? Всегда ли Федя и Алиса получают одинаковые ответы? Или разные? Приведите примеры.

1.185. Выполните действия и полученный результат округлите:

А) $3{,}4 \cdot 5{,}7$, до десятков, до единиц, до десятых

Б) $5{,}9 \cdot 16{,}9$, до сотен, до десятков, до единиц, до десятых

В) $2{,}312 \cdot 3{,}1$, до десятых, до сотых, до тысячных

Г) $0{,}871 \cdot 3{,}2$, до десятых, до сотых, до тысячных

Д) $99{,}989 \cdot 0{,}01$, до десятых, до сотых, до тысячных, до десятитысячных

Е) $4{,}3 \cdot 7{,}5$, до десятков, до единиц, до десятых

Ё) $15{,}9 \cdot 6{,}5$, до сотен, до десятков, до единиц, до десятых

Ж) $3{,}123 \cdot 2{,}4$, до десятых, до сотых, до тысячных

З) $0{,}783 \cdot 2{,}7$, до десятых, до сотых, до тысячных

И) $99{,}789 \cdot 0{,}001$, до десятых, до сотых, до тысячных, до десятитысячных

1.186. В старину при приготовлении лекарств использовались специальные единицы веса – аптекарские унции: $1\ унция = 31{,}1035\ г$. Округлите унцию до граммов и миллиграммов. Приведите примеры ещё каких-нибудь старинных или редко используемых единиц измерения веса, длины и т.д. Округлите эти величины до единиц, используемых в метрической системе мер.

Решите ребус

250·ЛЕТ+МГУ = 2005·ГОД.

Задачи на движение.

1.187. Автомобиль выехал из пункта A со скоростью 60 км/ч. Через 2 ч вслед за ним выехал второй автомобиль со скоростью 90 км/ч. Через какое время и на каком расстоянии от A второй автомобиль догонит первый?

1.188. Собственная скорость катера 25,5 км/ч, скорость течения 2,5 км/ч. Какой путь пройдёт катер за полтора часа по течению и против течения?

1.189. Собственная скорость лодки 8,5 км/ч, а скорость течения 3,5 км/ч. Расстояние между пристанями 15 км. Сколько времени затратит лодка на путь между пристанями туда и обратно?

1.190. Плот и лодка движутся навстречу друг другу по реке. Они находятся на расстоянии 20 км друг другу по реке. Они находятся на расстоянии 20 км друг от друга. Через какое время они встретятся, если собственная скорость лодки 8 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч?

1.191. Два велосипедиста одновременно выехали из лагеря в противоположных направлениях со скоростями 10 км/ч и 12 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 ч? Через 3 ч 6 минут? Через какое время расстояние между ними будет равно 33 км?

1.192. Два велосипедиста выехали одновременно из двух сёл навстречу друг другу и встретились через 1,6 ч. Скорость первого 10 км/ч, а второго – 12 км/ч. Найдите расстояние между сёлами?

1.193. Два поезда одновременно вышли с одной станции в одном направлении. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 1,5 часа? через 2 часа 25 мин? Через сколько часов расстояние между ними будет равно 35 км?

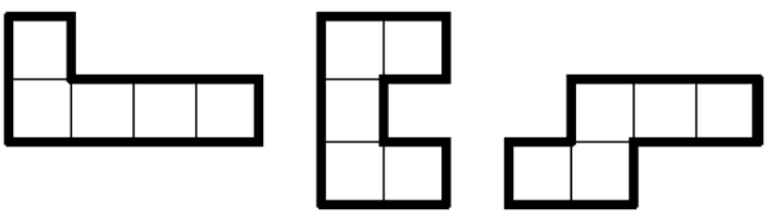
1.194. Города A и B расположены на реке, причём B ниже по течению. Расстояние между ними равно 30 км. Моторная лодка проходит путь от A до B за 2 ч, а обратно за 3 ч. За какое время проплывёт от A до B плот?

1.195. Пассажир метро, стоя на ступеньке эскалатора, поднимается наверх за 3 мин. За сколько минут он поднимется вверх по движущемуся эскалатору, если будет идти со скоростью 25 м/мин? Длина эскалатора 150 м.

1.196. Расстояние между станциями 350 км. От этих станций одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Они встретились через 2,5 часа. Определите скорость первого поезда, если скорость второго равна 65 км.

1.197. Расстояние между станциями A и B равно 165 км. От этих станций одновременно навстречу друг другу выходят два поезда и встречаются через 1,5 ч на разъезде, который находится в 90 км от станции A. С какой скоростью идут поезда?

Нарисуйте, как из данных трёх фигурок, использовав каждую ровно один раз, сложить фигуру, имеющую ось симметрии. Задача имеет четыре разных ответа.



1.198. Из двух городов, расстояние между которыми 45 км, одновременно в одном направлении вышли поезда со скоростями 70 км/ч и 60 км/ч, причём первый поезд догоняет второй. Через сколько времени расстояние между поездами будет равно 10 км? Сколько решений имеет задача?

1.199. Два поезда выехали одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. Расстояние между пунктами A и B равно 350 км. Скорость первого 65 км/ч, второго – 75 км/ч. Через сколько часов расстояние между поездами составит 70 км? Сколько решений имеет задача?

1.200. Из двух сел одновременно выехали навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость одного из них 19,5 км/ч, а скорость второго составляет $2/3$ скорости первого. Какое расстояние между селами, если велосипедисты встретились через 48 мин? На каком расстоянии друг от друга они были через 0,5 ч после выезда? Через полтора часа?

1.201. Города A и B расположены на одном шоссе. Из этих городов одновременно в одном направлении выехали два автобуса. Первый автобус двигался со скоростью 54 км/ч, что составляет 0,6 скорости второго автобуса. Второй автобус догнал первый через 1 ч 30 мин после выезда. Каково расстояние между городами А и В? На каком расстоянии друг от друга были автобусы через 24 мин после выезда? Через 2 ч после выезда?

1.202. Из двух городов одновременно выехали навстречу друг другу два автомобиля. Скорость одного из них 122,5 км/ч, а скорость второго составляет $5/7$ скорости первого. Какое расстояние между городами, если автомобили встретились через 40 мин? На каком расстоянии друг от друга они были через 0,5 ч после выезда? Через полтора часа?

1.203. Города A и B расположены на одном шоссе. Из этих городов одновременно в одном направлении вышли два поезда. Скорость первого поезда 35 км/ч, что составляет 0,7 скорости второго поезда. Второй поезд догнал первый через 1 ч 30 мин после выезда. Каково расстояние между городами A и B? На каком расстоянии друг от друга были автобусы через 36 мин после выезда? Через 2 ч после выезда?

1.204. Из двух городов, расстояние между которыми 206,15 км, одновременно навстречу друг другу выехали электричка и товарный поезд. Скорость электрички равна 31,5 км/ч, а скорость товарного поезда составляет $13/18$ скорости электрички. Какое расстояние проедет товарный поезд до его встречи с электричкой?

1.205. Из двух городов, расстояние между которыми 400,4 км, одновременно навстречу друг другу выехали автомобиль и автобус. Скорость автомобиля равна 82,5 км/ч, а скорость автобуса составляет $11/15$ скорости автомобиля. Какое расстояние проедет автобус до его встречи с автомобилем?

1.206. Два лыжника, находясь друг от друга на расстоянии 6 км, вышли одновременно навстречу друг другу и через 15 мин встретились. Когда же они вышли из одного пункта в одном направлении, то через 50 мин один отстал от другого на 5 км. Какова скорость каждого лыжника?

1.207. Два велосипедиста, находясь друг от друга на расстоянии 9 км, выехали одновременно навстречу друг другу и через 20 мин встретились. Когда же они выехали из одного пункта в одном направлении, то через 1ч 40 мин один отстал от другого на 5 км. Какова скорость каждого велосипедиста?

В одном месяце три воскресенья пришлись на чётные числа. Какой день недели был 20-го числа этого месяца?

1.208. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов А и В. При встрече оказалось, что первый пешеход прошел $1/4$ всего пути и еще 3,2 км, а второй – в 2 раза больше первого. Чему равно расстояние от A до B?

1.209. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов А и В. При встрече оказалось, что первый пешеход прошел $1/5$ всего пути и еще 1,3 км, а второй – в 3 раза больше первого. Чему равно расстояние от A до B?

1.210. Из города A в город B, расстояние между которыми 620 км выехала легковая машина со скоростью 60 км/ч. Через 2 два часа из города B в город A выехал грузовик со скоростью 40 км/ч. А) Через какое время после выезда грузовика автомобили встретились? Б) На каком расстоянии от города A произошла встреча? В) Какое расстояние будет между автомобилями через 7 часов после выезда грузовика?

1.211. Из города A в 8 часов утра выехал велосипедист со скоростью 20 км/ч. Через 4 часа велосипедист сделал часовой привал, а в этот момент вслед за ним из города A выехал мотоциклист со скоростью 50 км/ч. В какое время мотоциклист догонит велосипедиста? На каком расстоянии от города A это произойдёт? Какое расстояние будет между велосипедистом и мотоциклистом через в 6 часов вечера?

1.212. Расстояние между городами A и B равно 720 км. Из города A в город B выезжает товарный поезд со скоростью 60 км/ч. Через 2 часа навстречу ему из города B в город A выезжает скорый поезд со скоростью 90 км/ч. На каком расстояния от города A поезда встретятся?

1.213. Расстояние между городами A и B равно 760 км. Из города A в город B выезжает пассажирский поезд со скоростью 80 км/ч. Через 2 часа навстречу ему из города B в город A выезжает товарный поезд со скоростью 40 км/ч. На каком расстояния от города B поезда встретятся?

1.214. Из города A в 8 часов утра выехал велосипедист со скоростью 20 км/ч. Через 4 часа велосипедист сделал часовой привал, а в этот момент вслед за ним из города A выехал мотоциклист со скоростью 50 км/ч. В какое время мотоциклист догонит велосипедиста? На каком расстоянии от города A это произойдёт? Какое расстояние будет между велосипедистом и мотоциклистом через в 6 часов вечера?

1.215. Из пункта A в пункт B, отстоящий от пункта А на 27 км, отправился пешеход со скоростью 5 км/ч. Через 36 минут после этого навстречу ему из B вышел другой пешеход со скоростью 3 км/ч. Через какое время после выхода второго пешехода они встретятся? Найдите расстояние от пункта B до места их встречи.

1.216. Из пункта А в пункт В, отстоящий от пункта А на 11 км, отправился пешеход со скоростью 4 км/ч. Через 15 минут после этого навстречу ему из В вышел другой пешеход со скоростью 6 км/ч. Найдите расстояние от пункта В до места их встречи.

1.217. Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 80 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого автомобилиста равна 92 км/ч, скорость второго – 68 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на один круг? На два круга?

Найдите два идущих подряд натуральных числа, у первого из которых сумма цифр равна 8, а второе делится на 8.

1.218. Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 57 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого автомобилиста равна 81 км/ч, скорость второго – 63 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на круг? На три круга?

1.219. Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу с двух станций. Один поезд проходит все расстояние между станциями за $3\frac{1}{3}$ часа, а другой – за $2\frac{4}{5}$ часа. Какую часть пути им останется пройти до встречи спустя $1\frac{2}{5}$ часа после выхода?

1.220. Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов.. Один автомобиль проезжает все расстояние между городами за $3\frac{1}{3}$ часа, а другой – за $4\frac{2}{3}$ часа. Какую часть пути им останется проехать до встречи спустя $1\frac{5}{9}$ часа после выезда?

1.221. Расстояние от А до В первый автомобиль проезжает в $1\frac{2}{7}$ раза быстрее второго автомобиля. Найдите скорости автомобилей, если известно, что скорость первого на 18 км/ч больше скорости второго.

1.222. Расстояние от А до В первый автомобиль проезжает в $1\frac{2}{5}$ раза медленнее второго автомобиля. Найдите скорости автомобилей, если известно, что скорость первого на 22 км/ч меньше скорости второго.

1.223. Велосипедист отъехал от станции в тот момент, когда пешеход отошел от нее на 1,6 км, и через 15 мин догнал пешехода. С какой скоростью шел пешеход, если велосипедист ехал в $2\frac{1}{3}$ раза быстрее?

1.224. Мотоциклист отъехал от станции в тот момент, когда велосипедист находился от нее на расстоянии 2,3 км, и через 12 мин догнал велосипедиста. С какой скоростью ехал мотоциклист, если он ехал в $1\frac{5}{6}$ раза быстрее?

1.225. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,5 км от места отправления. Один идет со скоростью 2,7 км/ч, а другой – со скоростью 3,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдет их встреча?

1.226. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4 км от места отправления. Один идет со скоростью 3,3 км/ч, а другой – со скоростью 5,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдет их встреча?

1.227. Катер по течению реки прошел 87,5 км за 5 ч, а против течения это же расстояние он прошел за 7 ч. Какова собственная скорость катера и скорость течения реки?

1.228. Теплоход по течению реки прошел 330 км за 12 ч, а против течения 240,5 км он прошел за 13 ч. Какова собственная скорость теплохода и скорость течения реки?

В двузначном числе переставили цифры и полученное число сложили с исходным. Получили квадрат. Найдите это двузначное число. Сколько решений имеет задача?

Найдите 1000 натуральных чисел, сумма которых равна их произведению.

1.229. Моторная лодка прошла 90 км по течению реки за 6 ч, а против течения реки – за 10 ч. За сколько времени проплывет это же расстояние: А) плот по реке; Б) моторная лодка по озеру?

1.230. Моторная лодка прошла 80 км по течению реки за 4 ч, а против течения реки – за 5 ч. За сколько времени проплывет это же расстояние: А) плот по реке; Б) моторная лодка по озеру?

1.231. Собственная скорость теплохода равна 32,5 км, а его скорость по течению реки 35 км/ч. С какой скоростью течет река? Какова скорость теплохода против течения реки? Какое расстояние проплывет теплоход, если будет двигаться 2,6 ч по течению реки и 0,8 ч против течения?

1.232. Собственная скорость катера равна 14,7 км, а его скорость против течения реки 10,2 км/ч. С какой скоростью течет река? Какова скорость катера по течению реки? Какое расстояние проплывет катер, если будет двигаться 2 ч по течению реки и 4,5 ч против течения?

1.233. Расстояние между двумя пристанями равно12,3 км. За сколько времени моторная лодка проплывет путь от одной пристани до другой и обратно, если собственная скорость лодки 7,2 км/ч, а скорость течения реки составляет $\frac{1}{6}$ скорости лодки?

1.234. Расстояние между двумя пристанями равно12,6 км. За сколько времени моторная лодка проплывет путь от одной пристани до другой и обратно, если собственная скорость лодки 5,6 км/ч, а скорость течения реки составляет $\frac{1}{7}$ скорости лодки?

1.235. Плот проплывает путь от A до B за 40 ч, а катер – за 4 ч. За сколько часов проплывет катер путь от B до A?

1.236. Плот проплывает путь от A до B за 30 ч, а катер – за 5 ч. За сколько часов проплывет катер путь от B до A?

1.237. Катер проплывает одинаковое расстояние по озеру за 7 ч, а по течению реки – за 6 ч. Сколько времени потребуется плоту, чтобы проплыть такое же расстояние по этой реке?

1.238. Катер проплывает одинаковое расстояние по озеру за 6 ч, а по течению реки – за 5 ч. Сколько времени потребуется плоту, чтобы проплыть такое же расстояние по этой реке?

1.239. Лодка проплыла некоторое расстояние по озеру за 4 ч. Такое же расстояние плот проплывает по реке за 12 ч. Сколько времени затратит лодка на тот же путь: А) по течению реки; Б) против течения реки?

1.240. Лодка проплыла некоторое расстояние по озеру за 5 ч. Такое же расстояние плот проплывает по реке за 20 ч. Сколько времени затратит лодка на тот же путь: А) по течению реки; Б) против течения реки?

1.241. Из пункта A в пункт B по реке отплыл плот. Одновременно с ним из пункта B в пункт A вышел катер. Через сколько часов после выхода катер встретил плот, если катер прошел все расстояние между A и B за 6 ч, а плот – за 30 ч?

1.242. Из пункта A в пункт B по реке отплыл плот. Одновременно с ним из пункта B в пункт A вышел катер. Через сколько часов после выхода катер встретил плот, если катер прошел все расстояние между A и B за 15 ч, а плот – за 60 ч?

1.243. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу вышли плот и катер. Катер встретил плот через 4 ч после выхода, а еще через 20 мин прибыл в пункт B. Сколько времени плыл плот из B в A?

Расставьте скобки в выражении 2 : 3 : 4 : 5 : 6 =5 так, чтобы получилось верное равенство.

1.244. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу вышли плот и катер. Катер встретил плот через 6 ч после выхода, а еще через 40 мин прибыл в пункт В. Сколько времени плыл плот из B в A?

1.245. Собственная скорость лодки вчетверо больше скорости течения реки. Найдите собственную скорость лодки и скорость лодки по течению, если, двигаясь против течения, она прошла 10,8 км за 1,5 ч.

1.246. Собственная скорость лодки впятеро больше скорости течения реки. Найдите собственную скорость лодки и скорость лодки против течения, если, двигаясь против течения, она прошла 31,08 км за 3,7 ч.

1.247. Лодка может пройти расстояние между двумя пристанями за 1 ч 36 мин против течения реки и за 1 ч 20 мин по течению реки. Скорость течения реки 1,5 км/ч. Найдите собственную скорость лодки и расстояние между пристанями.

1.248. Лодка может пройти расстояние между двумя пристанями за 1 ч 30 мин против течения реки и за 1 ч 12 мин по течению реки. Скорость течения реки 1,2 км/ч. Найдите собственную скорость лодки и расстояние между пристанями.

1.249. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

1.250. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 54 км/ч, проезжает мимо идущего параллельно путям со скоростью 6 км/ч навстречу ему пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

1.251. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 65 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 5 км/ч пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

1.252. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 800 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

1.253. Человек в купе идущего со скоростью 60 км/ч пассажирского поезда, увидев идущий навстречу по параллельной колее товарный состав, засёк время, за которое тот прошёл мимо него. Найдите длину товарного состава, если это время равно 20 секундам, а скорость товарного состава равна 30 км/ч. Ответ дайте в метрах.

1.254. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 1400 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 3 минутам. Ответ дайте в метрах.

1.255. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй – длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстаёт от первого и в некоторый момент расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 м. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстаёт от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Можно ли прямоугольник размером 2010×2011 **замостить плитками размером** 1×4 **и** 2×2**?**

В ряд лежат карточки, на которых написаны (в указанном порядке) числа: 7, 8, 9, 4, 5, 6, 1, 2, 3. Разрешается взять несколько подряд лежащих карточек и переставить их в обратном порядке. Как за три таких операции добиться расположения: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

1.256. Баржа проплыла по реке от пристани A до пристани B и вернулась обратно, затратив на путь по течению в два раза меньше времени, чем на путь против течения. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости баржи?

1.257. От лесоповала вниз по течению реки движется со скоростью 3 км/ч плот. Плотовщик доплывает на моторке из конца плота к его началу и обратно за 16 минут 40 секунд. Найдите длину плота, если собственная скорость моторки равна 15 км/ч. Ответ дайте в километрах.

1.258. От лесоповала вниз по течению реки движется плот длиной 1 км. Плотовщик доплывает на моторке из конца плота к его началу и обратно за 8 минут 20 секунд. Найдите скорость плота, если собственная скорость моторки равна 15 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1.259. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 6 км от места отправления. Первый идёт со скоростью 4,5 км/ч, а второй – со скоростью 5,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. Сколько метров от опушки до места их встречи?

1.260. Катер по течению реки прошёл 87,5 км за 5 ч, а против течения это же расстояние он прошёл за 7 ч. Какова собственная скорость катера и скорость течения реки?

Отличник Василий заполнил клетки таблицы цифрами так, что сумма цифр, стоящих в любых трёх соседних клетках, равнялась 15. А двоечник Лёвка стёр почти все цифры. Сможете ли Вы восстановить таблицу?

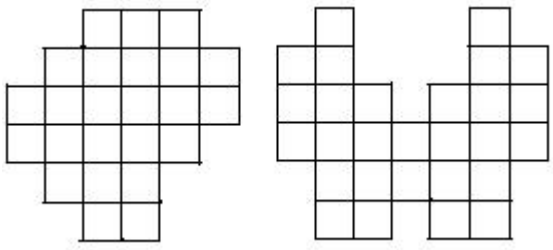
6								**4**						

Из 18 одинаковых кубиков сложили прямоугольный параллелепипед высотой 3 кубика. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда, если площадь поверхности одного кубика равна 1 см^2. Найдите все решения задачи.

Придумайте число, которое делится на 109, чтобы сумма его цифр также делилась на 109.

Два квадрата 3x3 и 4x4 разрезать каждый на две части так, чтобы из полученных четырех кусков можно было бы сложить квадрат 5x5.

Разрежьте каждую из следующих фигур на четыре одинаковые части.



Если каждый мальчик купит пирожок, а каждая девочка булочку, то они потратят вместе на одну копейку меньше, чем если бы каждый мальчик купил булочку, а каждая девочка – пирожок. Известно, что мальчиков больше, чем девочек. На сколько?

Среднее арифметическое.

Определение. Средним арифметическим нескольких чисел называется результат деления суммы этих чисел на число слагаемых. Пусть a_1, a_2, …, a_n – данные числа. Тогда их среднее арифметическое равно $\overline{a} = \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}$.

Понятие среднего арифметического очень часто встречается в жизни и возникает самым естественным образом. Например, в разные месяцы человек часто получает разный доход, и для того, чтобы оценить, много или мало он зарабатывает, можно взять всю сумму, заработанную за год, и разделить на 12 – число месяцев. Таким образом, мы получим среднемесячный доход. Аналогично определяется ВВП на душу населения: годовые доходы государства делят на число жителей. Полученное среднее значение показывает уровень жизни в стране. Общий уровень знаний класса по математике можно оценить, вычислив средний балл – среднее арифметическое всех годовых оценок учеников класса.

Работая со средними величинами, надо помнить, что среднее арифметическое несёт информацию сразу о совокупности некоторых величин. Так, ВВП на душу населения совсем не означает, что все граждане страны зарабатывают одинаково. Известная шутка: если мы измерим среднюю температуру по больнице, включая морг, то получим $36,6^0$. Но это не значит, что все здоровы…

1.261. Найдите среднее арифметическое чисел А) 2 и 8; Б) 5 и 7; В) 1 и 4. Изобразите эти числа и их среднее арифметическое на числовой прямой (для каждого случая сделайте отдельный чертёж). Какое наблюдение можно сделать о расположении двух чисел и их среднего арифметического на числовой прямой?

Антон пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в 10-м подъезде в квартире № 333, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом девятиэтажный. На какой этаж ему следует подняться? (На каждом этаже число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

1.262. Найдите среднее арифметическое следующих чисел:

А) 1 и 9 Б) 1, 2 и 3 В) 0, 7 и 8 Г) 1, 2, 88, 557, 1000

Д) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$ Е) $1\frac{3}{4}$ и $2\frac{2}{3}$ Ё) $2\frac{3}{10}$, $1\frac{4}{15}$ и $2\frac{7}{30}$ Ж) $\frac{1}{36}$ и $\frac{5}{48}$

З) $\frac{1}{2}$ и 0,5 И) $\frac{1}{3}$ и 0,4 Й) $\frac{5}{7}$, 1,4 и 2,3 К) 0,25 и $1\frac{2}{3}$

Л) 0,01; 0,1 и 1 М) 2,3; 2,03 и 2,003 Н) 5,7 и $\frac{5}{7}$ О) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$

П) 1,5 и $2\frac{1}{4}$ Р) $7\frac{1}{2}$ и 4,1 С) $5\frac{1}{6}$; 1,25 и 3,5 Т) 0,54; $1\frac{4}{5}$ и 2,46

У) 2,108; $4\frac{9}{25}$; 8,1 и 1,44 Ф) 0,01; 0,03; 0,05; 0,07 и 0,09 Х) 1, 2, 3, …, 57

1.263. А) Найдите сумму двух чисел, если их среднее арифметическое равно 4,5.

Б) Найдите сумму трёх чисел, если их среднее арифметическое равно $1\frac{5}{6}$.

В) Найдите сумму пяти чисел, если их среднее арифметическое равно 0,28.

Г) Найдите сумму восьми чисел, если их среднее арифметическое равно $10\,3/5$.

1.264. Среднее арифметическое двух чисел равно 8,2. Одно из этих чисел равно 4,5. Найдите второе число.

1.265. Среднее арифметическое двух чисел равно 21,8. Одно из этих чисел на 6,8 больше другого. Найдите эти числа.

1.266. Среднее арифметическое трёх чисел равно 10,4. Одно из этих чисел равно 9,6. Второе число – в два раза больше третьего. Найдите эти числа.

1.267. Среднее арифметическое трёх чисел равно 25,6. Одно из этих чисел равно 32,8, а второе – 21,4. Найдите третье число.

1.268. Среднее арифметическое четырёх чисел равно 2,5. Второе из этих чисел в 2 раза больше первого, третье – в три раза больше первого, а четвёртое – в 4 раза больше первого. Найдите эти числа.

1.269. Какова средняя температура воздуха в первую неделю мая, если термометр показывал в эти дни 4^0, 6^0, 10^0, 12^0, 16^0, 18^0, 10^0?

Лёва стоит на берегу речки. У него есть два кувшина: один на 5 л, а про второй Лёва помнит, что он вмещает то ли 3 л, то ли 4 л. Помогите Лёве точно определить ёмкость второго кувшина.

1.270. На соревнованиях по фигурному катанию одной из участниц, чтобы попасть в десятку сильнейших, требуется набрать в произвольных упражнениях не менее 5,4 балла. Судьи выставили ей оценки: 5,2; 5,6; 5,4; 5,5; 5,3; 5,4; 5,6; 5,6. Попадает ли фигуристка в десятку сильнейших?

1.271. Ихтиолог исследует вес рыбы горбуша в реке Камчатка. Пробный улов показал, что две горбуши весят по 1,2 кг, 5 горбуш по 1,4 кг, ещё 5 горбуш – по 1,6 кг и остальные 6 горбуш – по 1,7 кг. Каков средний вес пойманных рыб?

1.272. Самостоятельную работу по математике в классе 8 человек написали на пять, 12 учеников – на четыре, 4 ученика – на три. Один ученик получил двойку. Вычислите средний балл класса за эту работу.

1.273. Смешали 2 кг конфет по цене 126 рублей за килограмм и 3 кг конфет по цене 156 рублей за килограмм. Сколько стоит 1 кг получившегося ассорти?

1.274. На сайте cbr.ru найдите архив курса доллара ЦБ РФ за прошлый месяц и вычислите (можно с помощью калькулятора) средний курс доллара за прошлый месяц.

1.275. Среднее арифметическое трёх чисел равно 57. А среднее арифметическое других 7 чисел равно 11. Найдите среднее арифметическое всех десяти чисел.

1.276. Средняя температура воздуха за неделю равна $18{,}6^0$, а за шесть дней без воскресенья – $18{,}4^0$. Какой была температура в воскресенье?

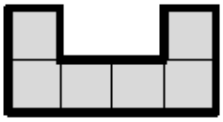
1.277. В волейбольной секции школы занимается 24 человека. Их средний возраст 15,5 года. После того, как в секцию записался новый игрок, средний возраст её участников стал 15,4 года. Сколько лет новому игроку?

1.278. В классе 30 учащихся. Их средний возраст $10\frac{1}{3}$ года, а вместе с учителем математики их возраст 11 лет. Сколько лет учителю математики?

1.279. В школе два седьмых класса. В первом 20 учеников, и их средний рост равен 159 см. Во втором – 30 учеников, их средний рост равен 154 см. Найдите средний рост всех семиклассников школы.

1.280. В школе два восьмых класса. В первом 30 учеников, и их средний рост равен 162 см. Во втором – 20 учеников, их средний рост равен 157 см. Найдите средний рост всех восьмиклассников школы.

Незнайка разместил без наложений в квадрате 10 × 10 только 13 фигур («скобок»), изображённых на рисунке. Попробуйте разместить больше.



Средняя скорость.

С понятием среднего арифметического тесно связано понятие средней скорости. Формулу $s = vt$ можно использовать только в случае равномерного движения, то есть для случая, когда движение происходит с постоянной скоростью, которая не меняется со временем. Однако в жизни такое движение встречается очень редко. Рассмотрим, например, движение машины по Москве: когда-то машина набирает скорость, когда-то тормозит, в узких переулках едет с низкой скоростью, на транспортных кольцах – с большой, а много-много времени вообще стоит в пробках. Поэтому говорить о равномерном движении с постоянной скоростью бессмысленно. Однако можно говорить о средней скорости движения. Пусть за 5 часов движения по Москве машина проехала 100 км. Предположим, что это движение было равномерным. Тогда найдём скорость по обычной формуле: всё расстояние поделим на всё время движения. Получается 20 км/ч. Эта величина и называется средней скоростью движения. С такой скоростью машина должна была бы двигаться равномерно, чтобы за такое же время проехать то же самое расстояние. Средняя скорость не учитывает никаких особенностей движения, однако можно утверждать, что при движении по Москве машина в среднем проезжает 20 км за 1 час. То есть, например, можно утверждать, что за 7 часов движения по Москве машина проедет примерно $7 \cdot 20 = 140$ км. Итак, сформулируем следующее определение средней скорости.

Определение. Средней скоростью движения называется отношение всего пути ко всему времени движения.

$$v_{ср} = \frac{\textit{всё расстояние}}{\textit{всё время движения}}$$

Чтобы показать, как именно средняя скорость связана со средним арифметическим, рассмотрим следующую простую задачу.

Задача. Автобус первые 2 часа ехал со скоростью 50 км/ч, а следующие 3 часа – со скоростью 60 км/ч. Какова средняя скорость движения автобуса?

Решение. 1. $2 \cdot 50 = 100$ (км) – путь, пройденный автобусом за первые 2 часа.

2. $3 \cdot 60 = 180$ (км) – путь, пройденный автобусом за следующие 3 часа.

3. $100 + 180 = 280$ (км) – весь пройденный автобусом путь.

4. $2 + 3 = 5$ (ч) – всё время движения.

5. $280 : 5 = 56$ (км/ч) – средняя скорость движения.

Ответ: средняя скорость движения автобуса равна 56 км/ч.

В этом решении речь в действительности идёт о среднем арифметическом. В самом деле, рассмотрим расстояния, которые проезжал автобус за каждый час своего движения: 50 км, 50 км, 60 км, 60 км, 60 км. Тогда средняя скорость – это в точности среднее арифметическое этих расстояний: $(50 + 50 + 60 + 60 + 60) : 5 = 56$ (км/ч).

1.281. Лыжная трасса 2,4 км идёт на подъём, 3,2 км – на спуск, а остальные 5,2 км – по ровной дороге. Лыжник прошёл эту трассу за 40 минут. С какой средней скоростью он шёл?

1.282. Расстояние от дома до дачи 75,6 км. По пути от дома до дачи автомобиль ехал 0,8 ч по шоссе, затем 0,4 ч по грунтовой дороге, и наконец, 0,2 ч просёлочной дороге. С какой средней скоростью ехал автомобиль?

1.283. Автомобиль 2 ч ехал со скоростью 70 км/ч, потом 5 ч со скоростью 56 км/ч, и последние 3 ч со скоростью 80 км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля?

1.284. Поезд 3 часа шёл со скоростью 40 км/ч, потом 5 часов со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость движения поезда.

1.285. Поезд 4 часа шёл со скоростью 45 км/ч. Затем поезд на 2 часа остановился (пропускал «Сапсан»). После остановки поезд 9 ч шёл со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость движения поезда.

1.286. Катер шёл 4 часа по течению реки и 5 часов против течения реки. Собственная скорость катера 15 км/ч, скорость течения реки – 3 км/ч. Найдите среднюю скорость катера при таком движении.

1.287. Катер шёл 3 часа по течению реки, затем на полчаса бросил якорь, затем полтора часа катер шёл по озеру. Собственная скорость катера 18 км/ч, скорость течения реки – 2 км/ч. Найдите среднюю скорость движения катера.

1.288. Самолёт летел 1,2 ч со скоростью 840 км/ч, а следующие 0,6 ч из-за встречного ветра его скорость снизилась до 780 км/ч. С какой средней скоростью он пролетел этот путь?

1.289. Пароход плыл 1,5 ч по реке со скоростью 36,4 км/ч, а затем ещё 0,5 ч по озеру со скоростью 33,6 км/ч. С какой средней скоростью он плыл?

1.290. Первые 2 часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час – со скоростью 70 км/ч, а последние три часа – со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

1.291. Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 240 км – со скоростью 60 км/ч, а последние 200 км – со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

1.292. Собственная скорость теплохода равна 25 км/ч, скорость течения реки равна 5 км/ч. Теплоход проплыл 6 часов по течению реки и 4 часа против течения. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути.

Сложные задачи на среднюю скорость.

1.293. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 84 км/ч, вторую половину времени – со скоростью 56 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

1.294. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 56 км/ч, а вторую – со скоростью 84 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

1.295. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 24 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолёте со скоростью 475 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути.

1.296. Треть времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, вторую треть времени – со скоростью 75 км/ч, а последнюю треть – со скоростью 85 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

1.297. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть – со скоростью 80 км/ч, а последнюю треть – со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

1.298. Автомобиль проехал треть пути со скоростью 60 км/ч, а оставшееся расстояние – со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

1.299. Собственная скорость теплохода равна 20 км/ч, скорость течения реки равна 4 км/ч. Теплоход проплыл от одной пристани до другой и вернулся обратно. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути.

1.300. Метрострой нанял двух кротов для рытья туннеля. Один из них копает быстрее другого, а едят они одинаково. Что выгоднее (в смысле затрат продуктов): копать с двух сторон до встречи или копать каждому половину туннеля?

1.301. Белка за 20 минут приносит орех в гнездо. Далеко ли орешник от гнезда, если известно, что налегке белка бежит со скоростью 5 м/с, а с орехом – 3 м/с?

1.302. Пешеход шёл 3,5 ч, причём за каждый промежуток времени в один час он проходил ровно 5 км. Следует ли из этого, что его средняя скорость равна 5 км/ч?

1.303. На дороге, соединяющей два аула, нет ровных участков. Автобус едёт в гору всегда со скоростью 15 км/ч, а под гору – 30 км/ч. Найдите расстояние между аулами, если известно, что путь туда и обратно автобус проезжает за 4 часа без остановок.

1.304. Путешественник вышел из гостиницы в 3 часа дня и возвратился в 9 часов вечера по тому же маршруту. Известно, что по ровным участкам он шёл со скоростью 4 км/ч, в гору – 3 км/ч, под гору – 6 км/ч. Найдите расстояние, которое прошёл путешественник, если известно, что он нигде не останавливался.

Может ли конь пройти из левого нижнего угла шахматной доски (размером 8 на 8) в правый верхний, побывав на каждом поле ровно один раз?

Введение в алгебру. Элементарные уравнения.

Определение. **Уравнение** – это равенство, содержащее неизвестную величину. **Корнем уравнения** называется число, при подстановке которого в уравнение вместо неизвестной величины получается верное числовое равенство. Решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что других корней нет.

При записи выражений, содержащих действие умножения и неизвестную величину, договорились для удобства изменить немного обычные правила записи. Так, вместо выражения $2 \cdot x$ записывают $2x$, то есть знак умножения опускают. Запись, например, $2,6y$ означает $2,6 \cdot y$. Записывая выражение $5(x-1)(a+7)$, мы имеем ввиду произведение $5 \cdot (x-1) \cdot (a+7)$. При этом, число всегда записывается на первом месте, то есть выражения вида $x7$ не употребляются. Если нам нужен именно такой порядок записи множителей, то тогда записывают $x \cdot 7$.

Пример 1. Какие из чисел 0, 1, 2, 4, 5 являются корнем уравнения $x^2 + 8 = 6x$?

Решение. Подставим каждое из чисел в обе части уравнения.

$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 4$	$x = 5$
$0^2 + 8 = 6 \cdot 0$	$1^2 + 8 = 6 \cdot 1$	$2^2 + 8 = 6 \cdot 2$	$4^2 + 8 = 6 \cdot 4$	$5^2 + 8 = 6 \cdot 5$
$0 + 8 = 0$	$1 + 8 = 6$	$4 + 8 = 12$	$16 + 8 = 24$	$25 + 8 = 30$
$8 = 0$	$9 = 6$	$12 = 12$	$24 = 24$	$33 = 30$
неверное равенство	неверное равенство	верное равенство	верное равенство	неверное равенство

Мы видим, что только числа $x = 2$ и $x = 4$ являются корнями уравнения, а числа $x = 0$, $x = 1$ и $x = 5$ корнями уравнения не являются. Сделаем также важное замечание: мы, конечно, подобрали два корня уравнения. Но это не значит, что мы полностью решили уравнение, так как решить уравнение – это найти все его корни и доказать, что других корней нет.

1.305. Проверьте, какие из чисел являются корнем уравнения:
А) $2x^2 + 5x = 7$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$
Б) $2x^2 + 2 = 5$, $x = 0$, $x = 0,5$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 2,5$
В) $x^3 + 3x - 5x + 1 = 0$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$
Г) $(x-4)(x-5) = 0$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$, $x = 5$, $x = 6$

Пример 2. Решите уравнение $x \cdot 0 = 7$.
Решение.
Данное уравнение не имеет корней, так при подстановке вместо x любого значения получается неверное числовое равенство $0 = 7$.
Ответ: уравнение не имеет решений.

Пример 3. Решите уравнение $0 \cdot x = 0$.
Решение.
При подстановке вместо x любого значения получается верное числовое равенство $0 = 0$. Значит, любое число является решением данного уравнения.
Ответ: любое число.

При решении уравнений полезно помнить следующие элементарные правила.

Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть известное слагаемое.

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к вычитаемому прибавить разность.

Чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность.

Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на известный множитель.

Чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на частное.

Чтобы найти неизвестное делимое, надо делитель умножить на частное.

Пример 4. Решите уравнение $(10{,}2 - x) : 4 = \frac{7}{8}$.

Решение.

$$(10{,}2 - x) : 4 = \frac{7}{8}$$

$$10{,}2 - x = \frac{7}{8} \cdot 4$$

$$10{,}2 - x = \frac{7}{2}$$

$$x = 10{,}2 - 3\frac{1}{2}$$

$$x = 6{,}7$$

Ответ: $x = 6{,}7$.

1.306. Решите уравнение:

А) $x + 39 = 61$ Б) $y + 53 = 73$ В) $k + 128 = 801$ Г) $y + 813 = 1002$

Д) $k + 87 = 87$ Е) $x + 0 = 99$ Ё) $x + 3{,}4 = 6{,}15$ Ж) $5{,}45 + t = 8{,}1$

З) $y + \frac{5}{14} = \frac{11}{21}$ И) $\frac{3}{4} + n = \frac{5}{6}$ Й) $x + 0{,}7 = \frac{13}{15}$ К) $\frac{2}{9} + z = 1{,}7$

Л) $y + 7{,}1 = 9\frac{1}{15}$ М) $z - 54 = 178$ Н) $y - 86 = 412$ О) $n - 277 = 729$

П) $x - 57 = 0$ Р) $x - 0 = 88$ С) $x - 9{,}3 = 11{,}98$ Т) $x - 7 = 5{,}34$

У) $x - \frac{5}{12} = \frac{7}{8}$ Ф) $y - \frac{5}{21} = \frac{9}{14}$ Х) $y - \frac{5}{18} = \frac{2}{27}$ Ц) $x - 0{,}6 = \frac{5}{6}$

Ч) $m - \frac{19}{22} = 3{,}2$ Ш) $122 - y = 98$ Щ) $657 - x = 358$ Ъ) $444 - x = 0$

Ы) $444 - x = 444$ Ь) $0{,}603 - x = 0{,}09$ Э) $5\frac{5}{12} - x = 2\frac{5}{8}$ Ю) $3\frac{2}{7} - x = 2\frac{7}{9}$

Я) $11\frac{5}{6} - p = 4\frac{7}{8}$ Q) $8{,}3 - x = 7\frac{17}{25}$ W) $6{,}7 - x = 5\frac{19}{20}$ Z) $32{,}9 - x = 2\frac{10}{11}$

На какую цифру заканчивается число 2012^{2012} **?**

1.307. Решите уравнение:

А) $x+42=71$ Б) $z+76=111$ В) $x+723=932$ Г) $h+64=64$

Д) $0+d=13$ Е) $y+5{,}8=10{,}13$ Ё) $6{,}45+z=11{,}2$ Ж) $m+7{,}06=11$

З) $\frac{5}{6}+m=\frac{7}{8}$ И) $x+\frac{7}{12}=\frac{17}{18}$ Й) $f+0{,}2=\frac{5}{7}$ К) $\frac{5}{6}+x=1{,}9$

Л) $x+4{,}3=5\frac{1}{12}$ М) $x-48=213$ Н) $t-27=1986$ О) $m-379=379$

П) $x-75=0$ Р) $y-0=513$ С) $y-0{,}87=0{,}748$ Т) $m-98=8{,}98$

У) $x-\frac{2}{15}=\frac{5}{6}$ Ф) $x-\frac{7}{20}=\frac{1}{12}$ Х) $x-\frac{3}{35}=\frac{3}{14}$ Ц) $x-\frac{2}{9}=0{,}2$

Ч) $x-\frac{4}{25}=7{,}7$ Ш) $84-x=56$ Щ) $374-x=186$ Ъ) $533-w=0$

Ы) $57-x=57$ Ь) $2{,}7-x=0{,}913$ Э) $8\frac{11}{15}-x=6\frac{11}{12}$ Ю) $13\frac{2}{9}-m=7\frac{5}{6}$

1.308. Решите уравнение:

А) $12y=144$ Б) $13x=169$ В) $x\cdot 23=391$ Г) $73x=219511$

Д) $y\cdot 46=782$ Е) $59y=118472$ Ё) $0\cdot x=15$ Ж) $0\cdot x=545$

З) $611y=0$ И) $93x=0$ Й) $0\cdot x=0$ К) $79x=79$

Л) $53x=53$ М) $1{,}2x=0{,}6$ Н) $1{,}7x=0{,}85$ О) $0{,}27x=0{,}019116$

П) $0{,}36x=0{,}018324$ Р) $4x=11$ С) $8x=7$ Т) $3x=5$

У) $7x=15$ Ф) $\frac{2}{7}x=\frac{6}{49}$ Х) $\frac{3}{7}y=\frac{9}{35}$ Ц) $2\frac{5}{6}x=12\frac{3}{4}$

Ч) $3\frac{2}{3}x=4\frac{7}{12}$ Ш) $1{,}3m=6\frac{1}{15}$ Щ) $2{,}7y=2\frac{11}{35}$ Ъ) $0{,}7x=1{,}3$

Ы) $0{,}6y=1{,}7$ Ь) $2x=13$ Э) $4x=9$ Ю) $13x=16$

Я) $17x=10$ Q) $21x=1$ W) $36x=1$ Z) $6x=\frac{1}{6}$

1.309. Решите уравнение:

А) $1{,}7x=34$ Б) $1{,}23x=36{,}9$ В) $0{,}02x=0{,}9$ Г) $5{,}7x=23{,}94$

Д) $0{,}039x=0{,}0429$ Е) $4{,}5x=0{,}0153$ Ё) $0{,}001x=0{,}00689$ Ж) $3{,}7x=1{,}11$

З) $7x=\frac{1}{7}$ И) $\frac{1}{3}x=3$ Й) $\frac{1}{9}x=9$ К) $0{,}2x=1$

Л) $0{,}7x=1$ М) $\frac{6}{7}x=1$ Н) $\frac{3}{11}x=1$ О) $2{,}7x=1$

П) $3{,}3x=1$ Р) $0{,}7x=\frac{2}{7}$ С) $0{,}6x=\frac{3}{14}$ Т) $0\cdot x=57$

Трое туристов должны перебраться с одного берега реки на другой. В их распоряжении старая лодка, которая может выдержать нагрузку всего в 100 кг. Вес одного из туристов 45 кг, второго -- 50 кг, а третьего – 80 кг. Как они должны действовать, чтобы переправиться на другой берег?

1.310. Решите уравнение:

А) $48 : x = 4$ Б) $41112 : x = 58$ В) $28014 : x = 46$ Г) $80 : x = 5$ Д) $87 : x = 87$

Е) $65 : x = 65$ Ё) $13 : x = 1$ Ж) $77 : x = 1$ З) $85 : x = 0$ И) $11 : x = 0$

Й) $0 : x = 50$ К) $0 : x = 1$ Л) $12 : x = 0,018$ М) $6 : x = 0,015$ Н) $0 : x = 0$

О) $\frac{3}{x} = 7$ П) $\frac{7}{x} = 2$ Р) $\frac{1}{x} = 5$ С) $\frac{1}{x} = 13$ Т) $\frac{6}{x} = 1,2$

У) $\frac{8}{x} = 1,5$ Ф) $\frac{12}{x} = 0,7$ Х) $\frac{20}{x} = 0,9$ Ц) $\frac{2}{x} = 0,07$ Ч) $\frac{9}{x} = 0,013$

Ш) $\frac{1,7}{x} = 1\frac{2}{7}$ Щ) $\frac{2,3}{x} = 2\frac{2}{3}$ Ъ) $\frac{x}{607} = 208$ Ы) $\frac{x}{806} = 304$ Ь) $x : 5 = 1,3$

Э) $x : 9 = 1,6$ Ю) $\frac{y}{19} = 0,607$ Я) $\frac{m}{27} = 0,806$ Q) $\frac{x}{1,4} = \frac{2}{7}$ W) $\frac{x}{1,8} = \frac{4}{9}$

1.311. Решите уравнение:

А) $\frac{2x}{3} = 4$ Б) $\frac{5x}{6} = 1,5$ В) $\frac{3x}{4} = 57$ Г) $\frac{x}{2} = 2\frac{5}{7}$ Д) $\frac{5x}{7} = 1\frac{2}{5}$

Е) $\frac{6x}{5} = 2,4$ Ё) $\frac{11x}{13} = \frac{22}{39}$ Ж) $\frac{x}{4} = 5,55$ З) $\frac{7x}{4} = 2,8$ И) $\frac{57x}{83} = 1$

1.312. Решите уравнение:

А) $3x = 4$ Б) $4x = 3$ В) $48x = 50$ Г) $50x = 48$ Д) $1,2x = 1,44$

Е) $1,44x = 1,2$ Ё) $\frac{4x}{5} = \frac{6}{7}$ Ж) $\frac{6x}{7} = \frac{4}{5}$ З) $3,7x = 111$ И) $111x = 3,7$

1.313. Решите уравнение:

А) $(8,3 - x) \cdot 4,7 = 5,64$ Б) $(9,2 - x) \cdot 3,2 = 16$ В) $2,136 : (1,9 - x) = 7,12$

Г) $4,2 \cdot (0,8 + y) = 8,82$ Д) $(z - 1,2) : 0,6 = 21,1$ Е) $(y + 26,1) \cdot 2,3 = 70,84$

Ё) $(10,49 - s) : 4,02 = 0,805$ Ж) $38007 : (4223 - x) = 9$ З) $22374 : (k - 125) = 1234$

И) $295,1 : (n - 3) = 13$ Й) $34 \cdot (m + 1,2) = 61,2$ К) $15 \cdot (k - 0,2) = 21$

Л) $(x + 2,3) \cdot 0,2 = 0,7$ М) $(2,8 - x) : 0,3 = 5$ Н) $4,2x + 8,4 = 14,7$

О) $0,39 : x - 0,1 = 0,16$ П) $1,5x + 7 = 10$ Р) $2,6a - 0,9 = 3$

С) $\frac{b}{10} - 0,1 = 0,07$ Т) $(a - 1) : 0,5 = 5,2$ У) $\frac{x}{100} - 20 = 7,2$

Ф) $10 - 0,3b = 6,4$ Х) $1,5 + 2,5x = 5$ Ц) $8a - 11 = 69$

Ч) $56 + 3x = 62$ Ш) $6y + 10 = 16$ Щ) $94 - 5b = 64$

Подберите два простых числа, сумма и разность которых тоже является простым числом. Сколько решений имеет задача?

1.314. Решите уравнение:

А) $7(x-9)=14$ Б) $8(x-11)=64$ В) $3(x-1)=3$ Г) $13(x-2)=26$

Д) $0,3(x-1)=12$ Е) $0,7(x-7)=42$ Ё) $\frac{3}{7}(x-8)=12$ З) $\frac{5}{9}(x-1)=15$

И) $\frac{10}{11}(x-8)=0,1$ Й) $\frac{5}{7}(x-5)=1,4$ К) $5(x+3)=22$ Л) $7(x+2)=20$

1.315. Решите уравнение:

А) $((3,5+1,2x):1,4-0,81)\cdot 100=229$ Б) $(1,2-x)\cdot 3,4+5,5=9,07$

В) $\left(3\frac{1}{3}x-2\frac{5}{7}\right):2,5=\frac{86}{105}$ Г) $2(2(2(x-1)-1)-1)-1=57$

Д) $7\frac{5}{6}-3\frac{6}{7}(2-3x)=1\frac{29}{105}$ Е) $\left(x:1\frac{2}{5}-8\frac{11}{14}\right)\cdot\frac{98}{99}+\frac{5}{99}=6$

Пример 5. Решите уравнение: $(x-2)(x-8)=0$.

Решение.

Какие числа нужно перемножить, чтобы в произведении получился 0? Это возможно, если хотя бы один из множителей равен 0. Следовательно, наше уравнение распадается на два случая: либо $x-2=0$, либо $x-8=0$. Из первого уравнения получаем $x=2$, из второго $x=8$.

Ответ: $x=2$, $x=8$.

Ещё раз отметим:

произведение равно 0 тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен 0.

1.316. Решите уравнение:

А) $4(x-3)=0$ Б) $11(x-8)=0$ В) $(x-1)(x-77)=0$ Г) $(x-25)(x-10)=0$

Д) $\left(x-\frac{1}{3}\right)(x-9)=0$ Е) $(x-0,78)\left(x-\frac{2}{17}\right)=0$ Ё) $x(x-3)=0$ Ж) $x(x-7)=0$

З) $(x-1)(x-2)(x-3)=0$ И) $(2x-1)(3x-5)=0$ Й) $x\left(2x-2\frac{1}{3}\right)=0$

К) $(3x-4,5)\left(\frac{2}{7}x-1\right)=0$ Л) $(2x-9,8)(9,8x-2)=0$ М) $x(2x-1)(3x-2)=0$

Н) $(0,1x-9)(100x-9)=0$ О) $(x-1)(x-9)\left(x-57\frac{58}{59}\right)(x-19,83)=0$

П) $x^2-8x=0$ Р) $x^2-11x=0$ С) $2x^2-3x=0$ Т) $3x^2-8x=0$

У) $9x-x^2=0$ Ф) $9+x^2=0$ Х) $17+x^2=0$ Ц) $(x^2+1)(x-2)=0$

Прямоугольник размером 4×8 разрежьте на 9 квадратов.

Докажите, что число $10^{2011}+2015$ делится на 9.

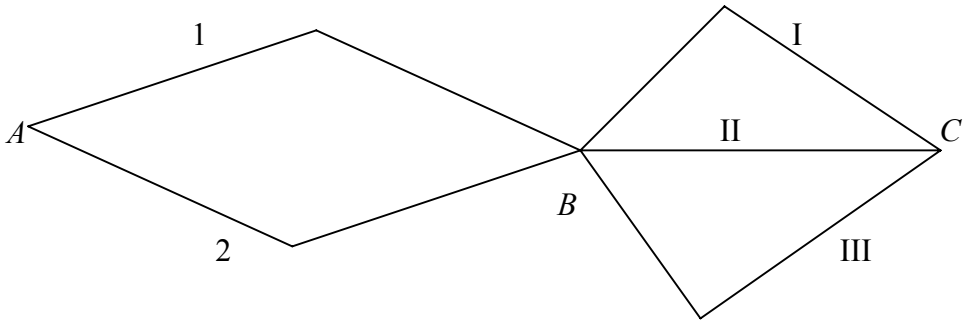
Комбинаторика.

В пятом классе мы уже изучали комбинаторику. Однако – поскольку первая глава называется «Повторение и углубление» – мы здесь полностью приведём материалы по комбинаторике из пятого класса и несколько обновим и расширим список задач.

1.317. У куста 4 больших ветки, на каждой большой ветке по 7 маленьких веточек, а на каждой маленькой веточке по 9 листочков, а на каждом листочке сидят 3 божьи коровки. Сколько божьих коровок сидит на кусте?

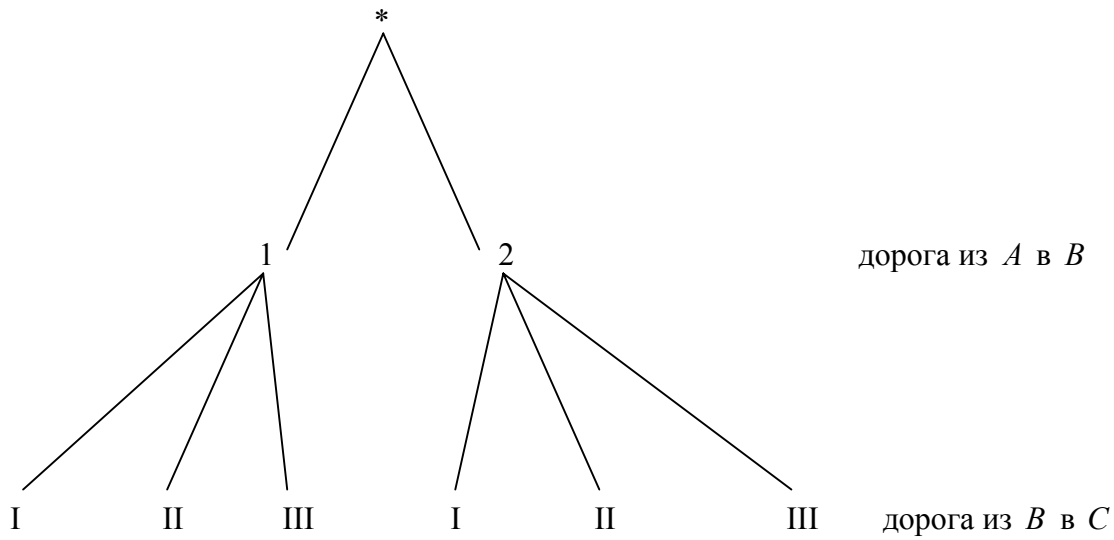
Комбинаторика – это раздел математики, в котором решают задачи с вопросом «сколько существует способов?». В принципе, любую комбинаторную задачу можно решить перебором. Мы рассмотрим несколько простых задач и выведем основные законы комбинаторики.

Задача I. Из города A в город B ведут две дороги, а из города B в город C – три дороги. Ехать можно только «слева направо» (см. рис.). Сколько существует способов проехать из города A в город C?

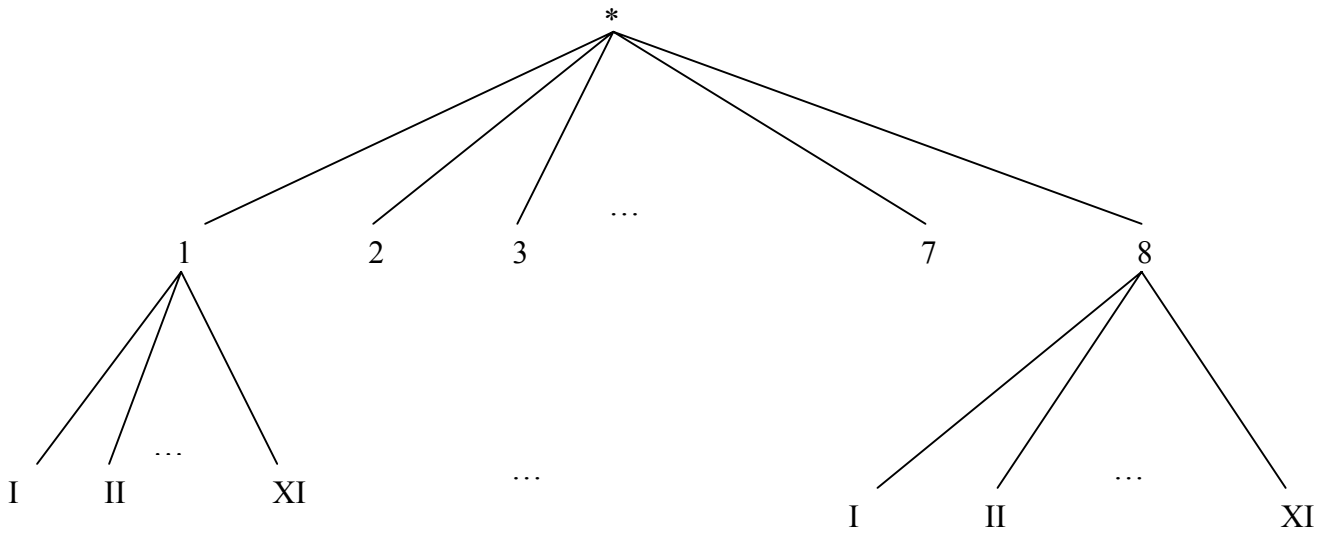


Решение. Сначала решим эту задачу перебором: перечислим все возможные маршруты движения из A в C. Для этого обозначим дороги, например, так, как показано на рисунке: дороги из A в B пронумеруем арабскими цифрами, а дороги из B в C – римскими. Если мы едем из A в B по дороге 1, то далее из B в C мы можем проехать по любой из дорог I, II или III. Таким образом, мы получаем маршруты 1-I, 1-II, 1-III. Аналогично, если из A в B мы поедем по дороге 2, то получим маршруты 2-I, 2-II, 2-III. Итак, всего получается 6 способов проехать из города A в город C.

Перебор в подобных задачах можно оформить в виде так называемого дерева возможных вариантов. В данной задаче это дерево будет выглядеть так:

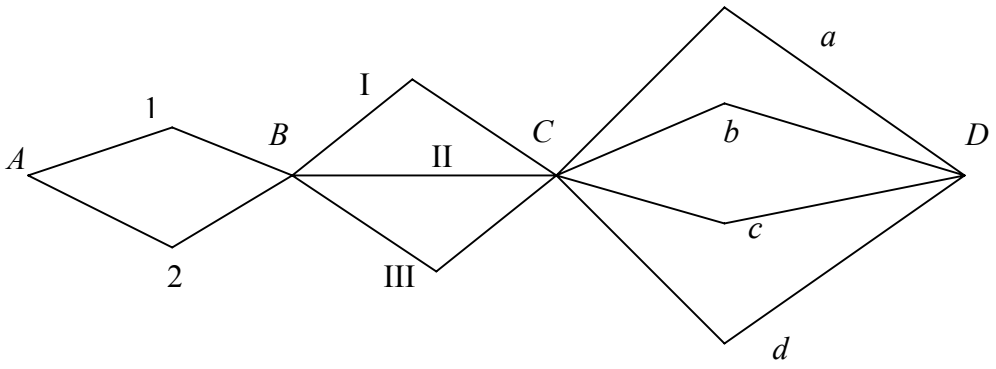


А теперь решим ту же самую задачу при условии, что из A в B ведут 8 дорог, а из B в C – 11 дорог (изобразите схему дорог!). Ясно, что эту задачу тоже можно решить перебором, но перечислять здесь все варианты будет долго и скучно. Схематично изобразим дерево возможных вариантов:

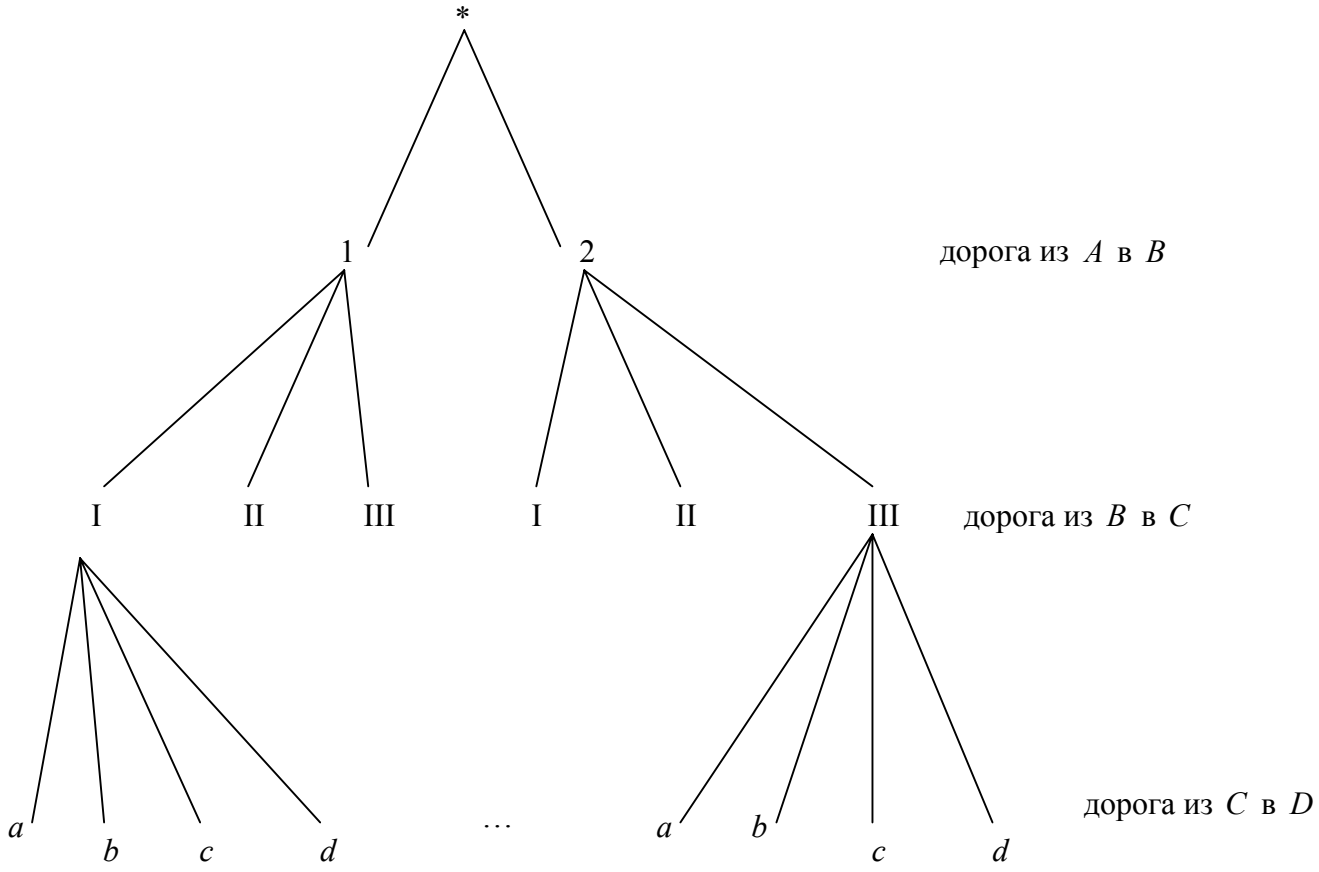


Нетрудно видеть, что для каждого из 8-ми вариантов пути из A в B существует 11 вариантов пути из B в C, то есть всего $8 \cdot 11 = 88$ способов проехать из A в C. Отметим, что ответ мы получили **умножением**.

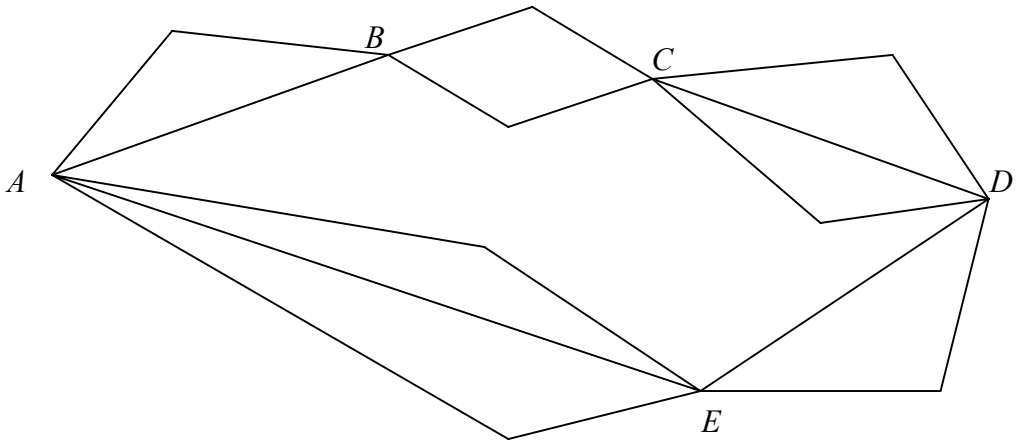
Ещё раз модифицируем задачу: пусть из города A в город B ведут две дороги, а из города B в город C – три дороги, а из города C в город D – 4 дороги. Ехать можно только «слева направо». Посчитаем, сколько существует способов проехать из A в D.



Как и раньше, обозначим дороги как показано на рисунке. Составим дерево возможных вариантов. Нетрудно видеть, что существует два способа проехать из A в B; для каждого из этих способов существует три способа проехать из B в C. Таким образом, существует уже $2 \cdot 3 = 6$ способов проехать из A в C. А для каждого из этих 6-ти способов существует 4 способа проехать из C в D. Всего $6 \cdot 4 = 24$ способа проехать из A в D. Отметим, что ответ мы снова получили с помощью **умножения**: $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.



И ещё раз изменим условие задачи: пусть теперь схема дорог имеет следующий вид.



Ехать, как обычно, можно только «слева направо». Посчитаем, сколько существует способов проехать из A в D. Здесь все маршруты разделятся на два непересекающихся случая: либо маршрут проходит через B и C, либо – через E. Число маршрутов, проходящих через B и C, равно $2\cdot 2\cdot 3=12$ (почему? объясните!); число маршрутов, проходящих через E, равно $2\cdot 3=6$ (почему? объясните!). Так как проехать из A в D можно либо только через B и C, либо только через E, то число маршрутов равно $12+6=18$.

Задача II. Сколько существует трёхзначных чисел, у которых все цифры чётные?
Решение. Чётных цифр всего пять – это 0, 2, 4, 6, 8. Из этих цифр надо выбрать сначала первую цифру трёхзначного числа. Это можно сделать 4-мя способами, так как на первом месте не может стоять цифра 0. Теперь для каждого выбора первой цифры вторую цифру можно выбрать 5-ю способами, и для каждого выбора второй цифры третью цифру тоже можно выбрать 5-ю способами. Следовательно, записать трёхзначное число чётными цифрами можно $4\cdot 5\cdot 5=100$ способами. Покажите, как выглядит дерево возможностей для этой задачи.

Задача III. Туристическая фирма планирует посещение в Италии четырёх городов: Венеции, Рима, Флоренции и Неаполя. Сколько существует вариантов такого маршрута?
Решение. Обозначим города по их первым буквам. Тогда каждый маршрут можно «закодировать» четырьмя буквами. Например, последовательность РНФВ обозначает маршрут Рим – Неаполь – Флоренция – Венеция. Таким образом, нам надо описать все последовательности из четырёх букв В, Р, Ф и Н. На первом месте может стоять любая из четырёх букв, то есть существует четыре варианта заполнения первого места. Так как одну букву мы уже использовали, то для второго места существует уже три варианта. Теперь мы уже использовали две буквы, так что для третьего место существует только два варианта. И наконец, для четвёртого места остаётся только один вариант. Поясним наши рассуждения на конкретном примере. Пусть, например, первый город Рим, то есть на первом месте стоит Р. Тогда второй город мы выбираем уже только из трёх городов – Венеции, Флоренции и Неаполя. Предположим, что мы выбрали Венецию, то есть на втором месте в нашей последовательности стоит буква В. Тогда третий город мы выбираем уже только из двух городов – Флоренции и Неаполя. Если мы, например, выбрали Флоренцию, то четвёртым городом уже однозначно будет Неаполь. Таким образом, мы получаем последовательность РВФН. Построив дерево возможных вариантов (обязательно сделайте это!), нетрудно видеть, что всего существует $4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=24$ варианта маршрута.

Задача IV. А) Сколькими способами в классе из 30 человек можно выбрать старосту и его заместителя? Б) Сколькими способами в классе из тридцати человек можно выбрать двух дежурных?

Решение. А) Старосту можно выбрать 30-ю способами. После выбора старосты его заместителя мы выбираем уже из 29-ти человек, так что для каждого выбора старосты существует 29 способов выбрать его заместителя. Итак (изобразите дерево возможных вариантов!), мы получаем $29 \cdot 30 = 870$ способов.

Б) На первый взгляд, это такая же задача: первого дежурного можно выбрать 30-ю способами, второго уже 29-ю способами, так что вроде бы существует $29 \cdot 30 = 870$ способов выбрать двух дежурных. Оказывается, что это неверное решение и неправильный ответ. И не зря говорили древние греки: всё познается в сравнении!

Предположим, что в классе есть мальчик Лёва и мальчик Вася. Если мы выбираем старосту и его заместителя, то мы можем выбрать старостой Лёву, а его заместителем Васю, а можем наоборот – старостой выбрать Васю, а его заместителем – Лёву. И это разные случаи! А если мы выбираем двух дежурных, то нам всё равно, в каком порядке мы их называем – Вася и Лёва или Лёва и Вася. Таким образом, эту пару дежурных мы посчитали два раза – а должны были один раз. И так каждую пару дежурных вместо одного раза мы посчитали два раза. Следовательно, чтобы получить правильный ответ, мы должны поделить 870 пополам. Итак, ответ: $29 \cdot 30 : 2 = 435$.

Замечание. Введём некоторую терминологию, удобную при решении комбинаторных задач. А именно, мы будем говорить, что в задаче А) мы выбираем **упорядоченную** пару: на первом месте стоит староста, а на втором – его заместитель. И нам важно, кто на каком месте стоит. И если мы в этой паре поменяем первое и второе места, то мы получим другой случай выбора старосты и его заместителя. А пункте Б) мы выбираем **неупорядоченную** пару: нам нужно выбрать двух человек, но при этом нам неважно, кто стоит на первом месте, а кто на втором. И если мы в этой паре поменяем первое и второе места, то мы получим ту же самую пару. При этом из каждой неупорядоченной пары мы можем получить две упорядоченные пары, так что число упорядоченных пар в два раза больше, чем число неупорядоченных пар.

При решении комбинаторных задач очень важно определить какие наборы – упорядоченные или неупорядоченные –нужно посчитать!

Задача V. В стране 10 аэропортов. Между любыми двумя аэропортами установлена постоянная авиалиния. Сколько всего авиалиний в стране?

Решение. Из каждого аэропорта выходит 9 авиалиний – во все остальные аэропорты. Всего аэропортов 10, из каждого выходит 9 авиалиний, получается всего $9 \cdot 10 = 90$ авиалиний. Но при таком способе подсчёта каждую авиалинию мы посчитали два раза. В самом деле, авиалинию между городом A и городом B мы посчитали два раза: когда считали авиалинии, выходящие из A, и когда считали авиалинии, выходящие из B. Следовательно, число авиалиний равно $9 \cdot 10 : 2 = 45$. Такой способ решения называется **двойной подсчёт**.

Напоминание. Факториалом числа n называется произведение всех натуральных чисел от 1 до n. Обозначение: $n!$

1.318. Вычислите факториалы первых семи натуральных чисел.

1.319. Упростите выражение:

А) $10! \cdot 11$ Б) $57! \cdot 58$ В) $n! \cdot (n+1)$ Г) $(n-1)! \cdot n$ Д) $\dfrac{12!}{11!}$

Е) $\dfrac{20!}{19 \cdot 20}$ Ж) $\dfrac{n!}{(n-1)!}$ З) $\dfrac{n!}{n}$ И) $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!}$ К) $\dfrac{56!}{57!}$

Перестановки.

Определение. Перестановкой n элементов называется любой упорядоченный набор этих элементов. Число перестановок n элементов мы будем обозначать P_n.

Примеры. Сначала рассмотрим перестановки двух элементов (то есть $n=2$). Пусть данные элементы это буквы a и b. Тогда нетрудно перечислить все перестановки: (a,b) и (b,a). Мы видим, что $P_2=2$. Рассмотрим теперь перестановки трёх элементов a, b и c. Перечислим все перестановки: (a,b,c), (a,c,b), (b,a,c), (b,c,a), (c,a,b), (c,b,a). Таким образом, $P_3=6$. Перестановок четырёх элементов a, b, c и d, понятное дело, ещё больше. Попытаемся найти P_4, не перечисляя явно все перестановки. Нам надо заполнить (упорядоченный!) набор из четырёх элементов. На первое место мы можем поставить любой из четырёх элементов, на второе – любой из трёх оставшихся, на третье – любой из двух оставшихся, на четвёртое – единственный оставшийся элемент. Построив дерево возможных вариантов (обязательно сделайте это!!!),мы видим, что $P_4=4\cdot3\cdot2\cdot1=4!$ Рассуждая аналогичным образом, мы получаем, что $P_5=5!$, $P_6=6!$ и так далее. Итак, мы можем записать общую формулу (это наша первая комбинаторная формула!!!) для числа перестановок из n элементов:

$$\boxed{P_n=n!}$$

Рассмотрим несколько примеров применения этой формулы. Под словом в следующих задачах мы будем принимать любую последовательность букв.

Задача. Сколько слов можно составить, переставляя буквы слова «ВЕКТОР»?

Решение. Так как все буквы слова «ВЕКТОР» различны, то всего можно получить $P_6=6!=720$ различных слов.

Подчеркнём, что мы можем здесь говорить о перестановках шести элементов, так как все буквы слова «ВЕКТОР» различны.

Задача. Сколько слов можно составить, переставляя буквы слова «ЛИНИЯ»?

Решение. В этом слове есть повторяющиеся буквы И, поэтому мы не можем решить данную задачу также просто, как предыдущую. Сделаем так: временно будем считать разными буквы И, обозначая их И_1 и И_2. Тогда в слове «$\text{ЛИ}_1\text{НИ}_2\text{Я}$» все буквы различны. Поэтому из этого слова можно получить $P_5=120$ различных слов. Однако те слова, которые отличаются друг от друга только перестановкой букв И_1 и И_2, на самом деле одинаковые. Например, слова $\text{ЛИ}_1\text{НИ}_2\text{Я}$ и $\text{ЛИ}_2\text{НИ}_1\text{Я}$. Таким образом, полученные 120 слов разбиваются на пары одинаковых. Поэтому всего различных слов получается $120:2=60$.

Задача. Сколько слов можно составить, переставляя буквы слова «ПАРАБОЛА»?

Решение. В этом слове три раза повторяется буква А, а все остальные буквы различны. Как и в предыдущей задаче, временно будем считать разными буквы А, обозначая их А_1, А_2 и А_3. Тогда в слове «$\text{ПА}_1\text{РА}_2\text{БОЛА}_3$» все буквы различны. Поэтому из этого слова можно получить $P_8=8!$ различных слов. Но поскольку буквы А_1, А_2 и А_3 можно переставлять $3!=6$ способами, то все $8!$ слов разбиваются на группы по 3! одинаковых. То есть вместо того, чтобы посчитать каждое слово один раз, мы посчитали его 6 раз. Например,

$$\begin{array}{ll}\text{ПА}_1\text{РА}_2\text{БОЛА}_3 & \text{ПА}_1\text{РА}_3\text{БОЛА}_2\\ \text{ПА}_2\text{РА}_1\text{БОЛА}_3 & \text{ПА}_2\text{РА}_3\text{БОЛА}_1\\ \text{ПА}_3\text{РА}_1\text{БОЛА}_2 & \text{ПА}_3\text{РА}_1\text{БОЛА}_2\end{array}$$

Поэтому всего разных слов $\dfrac{8!}{3!}=6720$.

Задача. Сколько слов можно составить, переставляя буквы слова «БИССЕКТРИСА»?

Решение. В этом слове две буквы И и три буквы С. Рассмотрим слово $\text{БИ}_1\text{С}_1\text{С}_2\text{ЕКТРИ}_2\text{С}_3\text{А}$, в которым все буквы мы считаем различными. Перестановками этих букв мы можем получить 11! различных слов. Сначала отождествим слова, отличающиеся только перестановкой букв И_1 и И_2, но не букв С. Мы получим $\dfrac{11!}{2!}$ различных слов. Далее отождествим слова, отличающиеся перестановкой букв С_1, С_2 и С_3. Получаем окончательный ответ: $\dfrac{11!}{2!\cdot3!}$.

1.320. Шифр для сейфа составляется из четырёх различных цифр. Сколько различных шифров можно составить, используя цифры 1, 2, 3 и 4?

1.321. Шифр для сейфа составляют из четырёх различных цифр. Сколько различных шифров можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 и 5?

1.322. Шифр для сейфа составляют из четырёх различных цифр. Сколько различных шифров можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4, 5 и 6?

1.323. Шифр для сейфа составляют из трёх различных цифр. Сколько различных шифров можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4, 5?

1.324. Шифр для сейфа составляют из пяти различных цифр. Сколько различных шифров можно составить, используя все цифры?

1.325. Пароль для выхода в интернет должен состоять из пяти различных английских букв. Сколько всего паролей можно составить?

1.326. Пароль для выхода в интернет должен состоять из пяти английских букв (буквы в пароле могут повторяться). Сколько всего паролей можно составить?

1.327. Пароль для выхода в интернет должен состоять из пяти различных русских букв. Сколько всего паролей можно составить?

1.328. Пароль для выхода в интернет должен состоять из пяти русских букв (буквы в пароле могут повторяться). Сколько всего паролей можно составить?

1.329. Пароль для выхода в интернет должен состоять из пяти различных символов. В качестве символов можно использовать английские буквы и цифры. Сколько всего паролей можно составить, если А) символы не могут повторяться? Б) символы могут повторяться?

1.330. Для ремонта комнаты выбирают обои и линолеум. Имеется 55 видов обоев и 40 видов линолеума. Сколько существует способов выбрать обои и линолеум?

1.331. Путешественник планирует путешествие Москва – Петербург – Стокгольм – Париж. Из Москвы до Петербурга можно добраться на одном из 12 поездов, из Петербурга до Стокгольма – на одном из трёх паромов, а от Стокгольма до Парижа – на одном из 20 самолётов. Сколькими способами может добраться путешественник из Москвы до Парижа?

1.332. В магазине всё для чая продаются 5 разных чашек, 4 разных блюдца и 3 разных ложки. Сколькими способами можно купить комплект из блюдца, чашки и ложки?

1.333. В магазине всё для чая по-прежнему продаются 5 разных чашек, 4 разных блюдца и 3 разных ложки. Сколькими способами можно купить два предмета с разными названиями?

1.334. Путешественник собирается путешествовать. Он хочет пролететь на одном из 6 авиарейсов, затем проехать на одном из 7 поездов и наконец проплыть на одном из двух кораблей. Сколько существует способов прокатиться ровно на двух видах транспорта?

Сколько существует натуральных чисел от 1 до 10000 которые делятся на 2? Сколько существует натуральных чисел от 1 до 10000 которые делятся на 3? Сколько существует натуральных чисел от 1 до 10000 которые делятся на 6? А сколько существует натуральных чисел от 1 до 10000, которые делятся или на 2, или на 3?

1.335. Федя пришёл в библиотеку и выбирает, чтобы ему почитать. В библиотеке есть 3 романа Жюля Верна, 2 книжки Рэя Бредбери, 5 томов братьев Стругацких, 2 книжки Стивенсона и один «Хоббит» Дж. Р. Р. Толкиена. Сколькими способами Гриша может выбрать набор книжек, в который войдёт по одной книжке каждого из указанных авторов?

1.336. Федя пришёл в библиотеку и выбирает книги из трёх жанров. В библиотеке есть 20 приключенческих книг (Жюль Верн), 15 книг исторических романов (Александр Дюма) и 10 кандидатских диссертаций по истории древнего Египта. Сколькими способами может Федя выбрать 2 книжки разных жанров?

1.337. Сколько существует четырёхзначных чисел, в записи которых присутствуют только нечётные числа?

1.338. Сколько существует четырёхзначных чисел, в записи которых присутствуют только чётные числа?

1.339. Сколько существует четырёхзначных чисел, в записи которых присутствуют только цифры, делящиеся на 3?

1.340. А) Сколько четырёхзначных чисел можно составить, используя цифры 5, 6, 7? Б) Сколько пятизначных чисел можно составить, используя цифры 0, 1, 2, 3? В) Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 5, 6, 7, если каждую цифру можно использовать только один раз? Г) Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 3, 5, 6, 7, если каждую цифру можно использовать только один раз?

1.341. В алфавите племени УАУА имеются только две буквы – «а» и «у». Словом считается любая последовательность букв. А) Сколько различных слов по пять букв в каждом можно составить, используя алфавит этого племени? Б) Сколько различных слов длиной не более, чем 4 буквы, имеется в алфавите этого племени?

1.342. В алфавите племени МЯУМЯУ всего три буквы – «м», «я» и «у». Словом считается любая последовательность букв. А) Сколько различных слов по четыре буквы в каждом можно составить, используя алфавит этого племени? Б) Сколько различных слов длиной не более, чем 4 буквы, имеется в алфавите этого племени?

1.343. А) Сколько существует четырёхзначных чисел, которые делятся на 5? Б) Сколько существует пятизначных чисел, которые делятся на 25?

1.344. А) Сколько существует чётных пятизначных чисел? Б) Сколько существует нечётных четырёхзначных чисел?

1.345. Монету бросают четыре раза. Сколько различных последовательностей из орлов и решек можно при этом получить?

1.346. Каждую клетку квадратной таблицы 2 на 2 можно покрасить либо в белый, либо в чёрный цвет. Сколько существует различных раскрасок этой таблицы? Ответьте на тот же вопрос для таблицы 3 на 3?

1.347. Сколькими способами Арсен, Федя Шаров, Глеб, Тигрий, Ваня Поликарпов и Артём могут занять очередь в столовой за пирожками?

Сколько существует натуральных чисел от 1 до 10000, которые не делятся ни на 5, ни на 7? Подсказка: найдите, сколько существует натуральных чисел от 1 до 10000, которые делятся или на 5, или на 7.

1.348. Сколькими способами Маша, Лиза Ерёмина, Фаина, Саша Грюнталь и Мира могут занять очередь в библиотеку за книжками?

1.349. Сколькими способами Лена, Алиса, Арина и Соня могут занять первые четыре места в математической олимпиаде?

1.350. Сколько существует четырёхзначных чисел, в записи которых используется ровно одна цифра 7?

1.351. Сколько существует четырёхзначных чисел, в записи которых используется ровно три цифры 8?

1.352. Сколько существует пятизначных чисел, в записи которых используется ровно одна цифра 5?

1.353. Сколько существует четырёхзначных чисел, в записи которых есть фрагмент «57», а больше цифры 5 и 7 не используются?

1.354. Сколько существует трёхзначных чисел, в записи которых не используется цифра 7? А сколько существует трёхзначных чисел, в записи которых присутствует хотя бы одна цифра 7?

1.355. Сколько существует четырёхзначных чисел, в записи которых присутствует хотя бы одна цифра 9?

1.356. Марина Георгиевна составляет расписание на понедельник 5В классу. В понедельник у 5В класса должно быть 5 уроков: русский, литература, математика, история и биология. Сколько вариантов расписания на понедельник для 5В класса есть у Марины Георгиевны?

1.357. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белую и чёрную ладьи, чтобы они не били друг друга?

1.358. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белого и чёрного короля, чтобы получилась допустимая правилами игры позиция?

1.359. Сколько существует вариантов выставления годовых оценок по математике в Вашем классе?

1.360. Посчитайте число предметов, которые Вы изучаете. Сколько существует вариантов расписания на один день, если: А) должно быть 5 уроков? Б) должно быть 6 уроков? В) должно быть 5 разных уроков? Г) должно быть 6 разных уроков?

1.361. Поэт-модернист написал стихотворение, в котором первая строка «Хочу пойти гулять куда-нибудь», а остальные строки все разные и получены из первой перестановкой слов. Какое наибольшее количество строк может быть в этом стихотворении?

1.362. Азбука Морзе кодирует буквы и цифры последовательностями сигналов двух типов (точка и тире), при этом самые длинные последовательности состоят из пяти сигналов. Можно ли обойтись более короткими последовательностями? Почему?

1.363. Сколько существует семизначных телефонных номеров (последовательностей цифр от 0 до 9), в которых А) не встречаются цифры 5 и 7? Б) две одинаковые цифры не идут подряд? В) есть хотя бы две одинаковые цифры?

1.364. Сколько существует четырёхзначных чисел в записи которых есть хотя бы одна чётная цифра?

На сколько нулей заканчивается число 125! ?

1.365. Сколько существует пятизначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна нечётная цифра?

1.366. У двух начинающих коллекционеров по 20 марок и по 10 значков. Честным обменом называется обмен одной марки на одну марку или одного значка на один значок. Сколькими способами коллекционеры могут осуществить честный обмен?

1.367. Сколько существует четырёхзначных чисел, все цифры которых имеют одинаковую чётность?

1.368. Надо послать 6 срочных писем. Сколькими способами это можно сделать, если для передачи писем можно использовать трёх курьеров и каждое письмо можно отдать любому из курьеров?

1.369. Сколькими способами из полной колоды (52 карты) можно выбрать 4 карты разных мастей и достоинства?

1.370. Сколькими способами можно поставить 8 ладей на шахматную доску так, чтобы они не били друг друга?

1.371. *(По мотивам А. Дюма)* Дуэль: четыре мушкетёра Его величества короля Людовика XIII против четырёх гвардейцев господина Ришелье. Дуэлянты должны разбиться на пары: мушкетёр – гвардеец кардинала. Сколькими способами они могут это сделать?

1.372. Чемпионат России по шахматам проводится в один круг. Сколько играется партий, если участвуют 18 шахматистов?

1.373. В классе 29 человек. А) Сколькими способами можно выбрать старосту и замстароста? Б) Сколькими способами можно выбрать двух дежурных? В) Сколько существует способов выбрать старосту, замстароста и замзамстароста? (Замстароста и замзамстароста – это разные должности.) Г) Сколько существует способов выбрать старосту и двух его заместителей? Д) Сколько существует способов выбрать трёх дежурных?

1.374. Сколькими способами в классе из 29 человек можно выбрать 6 человек, чтобы сформировать команду для игры в «Что? Где? Когда?»

1.375. В академическом собрании сочинений Ф. М. Достоевского 30 томов. Федя наугад выбирает два тома, чтобы прочитать. Сколькими способами он может это сделать?

1.376. А в академическом собрании сочинений А. П. Чехова 18 томов. Федя наугад выбирает три тома, чтобы прочитать. Сколькими способами он может это сделать?

1.377. Федя выбрал в библиотеке пять очень толстых книг. Но книги оказались настолько тяжёлые и большие, что одновременно можно унести только две книги. Сколько вариантов выбора двух книг из пяти есть у Феди?

1.378. Федя готовится к учебному году. Он запланировал купить: карандаш, линейку, циркуль, блокнот, тетрадь, дневник. Сегодня Федя купил только два разных предмета из данного списка. Сколько вариантов покупки? Тот же вопрос, если известно, что Федя купил три предмета? четыре предмета?

1.379. В нашем распоряжении есть четыре разных флага. На флагштоке поднимается сигнал, состоящий из двух флагов. Сколько различных сигналов можно поднять на флагштоке, если порядок флагов в сигнале учитывается? А если порядок не учитывается?

1.380. Мальчик Федя выбрал в библиотеке 7 книг. Однако по правилам библиотеки можно одновременно взять только 2 книги. Сколько у Васи вариантов выбора двух книг из семи?

1.381. При встрече 8 приятелей обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

1.382. Сколько диагоналей у 10-угольника? у 57-угольника? Сколько диагоналей у n – угольника?

1.383. В футбольном чемпионате принимают участие 15 команд. Чемпионат проходит по круговой схеме (каждая команда играет с каждой). Сколько матчей будет сыграно?

1.384. В розыгрыше по футболу участвуют 17 команд. Каждая команда с каждой из остальных должна сыграть два раза: на своем и на чужом поле. Сколько матчей будет проведено в турнире?

1.385. В магазине продаются розы пяти разных цветов. А) Сколько существует способов купить три розы разных цветов? Б) Сколько существует способов купить три розы?

1.386. На прямой даны 6 точек, а на параллельной ей прямой – 8 точек. Сколько существует треугольников с вершинами в данных точках?

1.387. В обыкновенном наборе домино 28 косточек. Сколько косточек содержал бы набор домино, если бы значения, указанные на косточках, изменялись не от 0 до 6, а от 0 до 12?

1.388. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску так, чтобы они не били друг друга: А) двух слонов? Б) двух коней? В) двух ферзей?

1.389. У мамы два яблока, три груши и четыре апельсина. Каждый день в течение девяти дней подряд она даёт сыну один из оставшихся фруктов. Сколькими способами это может быть сделано?

1.390. Сколькими способами можно разместить 7 туристов в трёх палатках: одноместной, двухместной и четырёхместной?

1.391. Сколькими способами можно расставить на первой горизонтали шахматной доски комплект белых фигур (король, ферзь, две ладьи, два слона и два коня)?

1.392. Сколько слов можно составить из пяти букв А и не более чем из трёх букв Б?

1.393. Сколько существует 10-значных чисел, в которых имеется хотя бы две одинаковые цифры?

1.394. Каких 7-значных чисел больше: тех, в записи которых есть цифра 1, или остальных?

1.395. Кубик бросают трижды. Среди всех возможных последовательностей результатов есть такие, в которых хотя бы один раз встречается шестёрка. Сколько их?

1.396. Сколько существует 9-значных чисел, сумма цифр которых чётна?

1.397. Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы слова:
А) КАБИНЕТ
Б) АУДИТОРИЯ
В) КАРАНДАШ
Г) МАТЕМАТИКА
Д) ФИЛОСОФИЯ
Е) КРИМИНАЛИСТИКА

Глава 2. Проценты.

Если Вы посмотрите любой выпуск новостей, то обязательно несколько раз услышите слово процент. Вам обязательно скажут (числа придуманы!), что рост ВВП составляет 6%, что бивалютная корзина подорожала на 1%, что инфляция с начала года составила 5,7%, что рейтинг президента (Туркменистана) равен 98%. Что же такое процент?

Определение. Процентом от некоторой величины называется одна сотая часть этой величины. Обозначение: 1% .

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Итак, процент – это просто специальное название дроби $1/100$. А все «задачи на проценты» – это задачи на части. В задачах на проценты целое всегда делится на 100 одинаковых частей. Таким образом, целое рассматривается как $\frac{100}{100}$, то есть принимается за 100%. **Ещё раз подчеркнём: целое мы всегда принимаем за 100%.** Как мы с вами хорошо знаем, задачи на части бывают трёх видов: найти часть от целого; найти целое по его части; найти, какую часть составляет одного число от другого. Рассмотрим несколько примеров, и решим все эти задачи по определению процента.

Пример 1. Найдите 57% от 200.

Решение.

1. 200 : 100 = 2 – так как процентом называется сотая часть целого, то для нахождения процента нужно целое поделить на 100.

2. 2 × 57 = 114 – так как нам необходимо найти 57%, то один процент мы умножаем на 57.

Ответ: 114.

Пример 2. Найдите 37,6% от 57,5.

Решение.

1. 57,5 : 100 = 0,575 – один процент от целого.

2. 0,575 × 37,6 = 21,62 – так как нам необходимо найти 37,6%, то один процент мы умножаем на 37,6.

Ответ: 21,62.

2.1. По определению процента найдите часть от целого:

А) 23% от 300	Б) 76% от 400	В) 120% от 500
Г) 20% от 150	Д) 40% от 170	Е) 60% от 225
Ё) 75% от 128	Ж) 90% от 330	З) 55% от 78
И) 68% от 1550	Й) 56% от 1025	К) 50% от 432
Л) 45% от 64	М) 76% от 25	Н) 23% от 100
О) 12,5% от 200	П) 25,5% от 400	Р) 10,4% от 500
С) 35,6% от 1000	Т) 23,3% от 2000	У) 101,1% от 5000
Ф) 78,25% от 6160	Х) 34% от 12,1	Ц) 56% от 23,2
Ч) 12% от 2	Ш) 13% от 3	Щ) 14% от 4
Ъ) 5% от 5	Ы) 6% от 66	Ь) 7% от 1
Э) 11% от 57	Ю) 34,5% от 64	Я) 2% от 325

2.2. По определению процента найдите часть от целого:

А) 1,2% от 200	Б) 2,34% от 800	В) 6,67% от 4,5
Г) 0,9% от 1000	Д) 0,2% от 500	Е) 0,13% от 20
Ё) 1,123% от 12	Ж) 0,0034% от 5000	З) 0,16% от 85
И) 0,15% от 16	Й) 0,57% от 0,57	К) 1,5% от 2
Л) $\frac{1}{7}$% от 49	М) $2\frac{2}{3}$% от 33	Н) $\frac{5}{7}$% от 133
О) $33\frac{1}{3}$% от 90	П) $5\frac{7}{11}$% от 220	Р) $8\frac{2}{9}$% от 360

2.3. Найдите 57% от числа:

А) 100 Б) 300 В) 550 Г) 435,3

Объясните, почему во всех случаях мы находим один и тот же процент, а ответы получаются различные?

2.4. Пусть целое равно 57. Найдите 100%, 200%, 300%, 400%, 500%, 1000% от целого. Какую закономерность можно вывести?

Богатый горожанин оставил два дома в наследство трём сыновьям. Сыновья решили разделить наследство поровну. Каждому из двух старших братьев достался дом, а меньшему выделили деньги: каждый из братьев дал ему 500 динариев. Сколько динариев стоит один дом?

Найдите наименьшее число n, при котором $n!$ делится на 990.

Некоторые проценты можно найти проще. Например, найдём, какую часть числа составляют 10%. По определению процента имеем 10% – это 10 сотых, то есть $10\% = {}^{10}\!/_{100} = {}^{1}\!/_{10}$, то есть 10% – это одна десятая целого. Следовательно, для того, чтобы найти 10% от целого, нужно поделить целое на 10.

Покажем, как просто найти 40% от числа. Сначала найдём, какую часть от целого составляют 40%. По определению процента имеем: $40\% = {}^{40}\!/_{100} = {}^{2}\!/_{5}$, то есть 40% – это две пятых целого. Следовательно, чтобы найти 40% от целого, нужно поделить целое на 5 и умножить на 2.

Рассмотрим также, как находить 90% от целого. Рассуждая как и выше, имеем: $90\% = {}^{90}\!/_{100} = {}^{9}\!/_{10}$, то есть чтобы найти 90% нужно разделить целое на 10 и умножить на 9. Но можно найти 90% проще. Так как целое мы принимаем за 100%, то чтобы найти 90%, надо отнять от целого 10%. Для этого целое надо поделить на 10 и отнять от целого полученное частное.

2.5. Рассуждая аналогично, заполните таблицу.

процент	часть от целого	арифметическое действие
1%		
2%		
4%		
5%		
10%	$1/10$	поделить целое на 10
12,5%		
20%		
25%		
30%		
40%		поделить целое на 5, умножить на 2
50%		
60%		
75%		
80%		
90%	$9/10$	поделить целое на 10 и отнять результат от целого
95%		
99%		
150%		
200%		
300%		
0,1%		
0,5%		
$33\,1/3\,\%$		

2.6. Используя составленную выше таблицу, вычислите следующие проценты:

А) 25% от 36

Решение.

$25\% = \frac{1}{4}$

$36 : 4 = 9$

Ответ: 9.

Б) 60% от 75

Решение.

$60\% = \frac{3}{5}$

$75 : 5 \times 3 = 45$

Ответ: 45.

В) 90% от 80

Решение.

$90\% = 100\% - 10\%,\ 10\% = \frac{1}{10}$

$80 - 80 : 10 = 72$

Ответ: 72.

Г) 1% от 1300

Д) 10% от 70

Е) 20% от 15

Ё) 25% от 16

Ж) 50% от 32

З) 10% от 55

И) 20% от 6

Й) 25% от 17

К) 40% от 25

Л) 60% от 35

М) 75% от 40

Н) 40% от 12

О) 80% от 200

П) 90% от 80

Р) 95% от 300

С) 99% от 400

Т) 95% от 120

У) 2% от 250

Ф) 4% от 125

Х) 98% от 750

Ц) 96% от 150

Ч) 90% от 45

Ш) 50% от 57

Щ) 15% от 140

Ъ) 25% от 60

Ы) 20% от 155

Ь) 2% от 1000

Э) 5% от 440

2.7. Вычислите «быстрым» способом следующие проценты:

А) 10% от 13

Б) 20% от 45

В) 25% от 44

Г) 50% от 114

Д) 25% от 112

Е) 50% от 45

Ё) 20% от 115

Ж) 5% от 60

З) 15% от 60

И) 15% от 220

Й) 50% от 1

К) 25% от 3

Л) 20% от 2

М) 75% от 32

Н) 40% от 65

О) 60% от 75

П) 20% от 12

Р) 2% от 150

С) 15% от 80

Т) 5% от 3000

У) 25% от 5000

Ф) 30% от 4000

Х) 20% от 4500

Ц)80% от 3500

Ъ) 10% от 70

Ы) 30% от 1200

Ь) 20% от 5

Э) 40% от 70

Э) 60% от 80

Ю) 80% от 150

Я) 25% от 180

W) 5% от 20

Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?

Вася идёт от дома до школы 30 минут, а Лёва – 40 минут. Через сколько минут Вася догонит Лёву, если Лёва вышел из дома на 5 минут раньше Васи?

Пример 3. Найдите целое, если 46% его равны 1150.

Решение.

1. 1150 : 46 = 25 – один процент, то есть одна сотая часть от целого.

2. 25×100 = 2500 – так как нам надо найти целое, то есть 100%, то один процент мы умножаем на 100.

Ответ: 2500.

Пример 4. Найдите целое, если 25,26% его равны 14,3982.

Решение.

1. 14,3982 : 25,26 = 0,57 – один процент от целого.

2. 0,57×100 = 57 – сто процентов от целого, то есть целое.

Ответ: 57.

2.8. По определению процента найдите целое, если

А) 1% равен 3	Б) 2% равны 8	В) 3% равны 15
Г) 4% равны 28	Д) 15% равны 45	Е) 19% равны 57
Ё) 20% равны 140	Ж) 35% равны 105	З) 23% равны 115
И) 57% равны 627	Й) 120% равны 360	К) 231% равны 2079
Л) 5% равны 2,5	М) 7% равны 0,77	Н) 15% равны 6
О) 21% равны 4,2	П) 18% равны 27	Р) 1,5% равны 9
С) 2,1% равны 63	Т) 5,05% равны 161,6	У) 9,9% равны 396
Ф) 12,25% равны 69,335	Х) 99,9% равны 25174,8	Ц) 5,7% равны 57
Ч) 5% равны $3\frac{1}{3}$	Ш) $2\frac{2}{3}$% равны 16	Щ) $14\frac{1}{7}$% равны $7\frac{8}{13}$
Ъ) 0,2% равны 2	Ы) 0,09% равны 0,81	Ь) 0,001% равны 57

В Совершенном городе шесть площадей. Каждая площадь соединена прямыми улицами ровно с тремя другими площадями. Никакие две улицы в городе не пересекаются. Из трех улиц, отходящих от каждой площади, одна проходит внутри угла, образованного двумя другими. Начертите возможный план такого города.

Сколько прабабушек и прадедушек было у всех Ваших прабабушек и прадедушек?

Пример 5. Сколько процентов составляет 42 от 600?

Решение.

В этой задаче мы принимаем 600 за целое, то есть за 100%. Сначала найдём, сколько составляет один процент от числа 600. По определению процента имеем:

1. 600 : 100 = 6 – один процент от числа 600.

Теперь найдём, сколько раз один процент от целого «влезает» в число 42. Ответ на этот вопрос находится, естественно, действием деления:

2. 42 : 6 = 7 – 6 «влезает» 7 раз в число 42.

Ответ: 7%.

Пример 6. Сколько процентов составляет 85,95 от 150?

Решение.

В этой задаче мы принимаем 150 за целое, то есть за 100%.

1. 150 : 100 = 1,5 – один процент от целого.

2. 85,95 : 1,5 = 57,3 – сколько раз один процент от целого «влезает» в число 85,95.

Ответ: 57,3%.

2.9. По определению процента найдите, сколько процентов составляет первое число от второго.

А) 40 от 400	Б) 60 от 200	В) 80 от 500	Г) 77 от 1100
Д) 57 от 1900	Е) 25 от 500	Ё) 33 от 400	Ж) 57 от 600
З) 300 от 300	И) 57 от 57	Й) 400 от 200	К) 400 от 50
Л) 550 от 200	М) 10 от 80	Н) 12 от 5	О) 1,2 от 4,8
П) 0,06 от 0,3	Р) 0,18 от 3	С) 57 от 11400	Т) 80 от 400
У) 33 от 100	Ф) $134\frac{67}{897}$ от $134\frac{67}{897}$	Х) 32 от 200	Ц) 300 от 60
Ч) 5 от 1000	Ш) 7 от 2000	Щ) 14 от 7000	Ъ) $\frac{1}{2}$ от $\frac{1}{3}$
Ы) $\frac{8}{9}$ от $1\frac{13}{27}$	Ь) 7 от 40	Э) $7\frac{7}{8}$ от $15\frac{3}{4}$	Ю) $13\frac{1}{3}$ от $3\frac{1}{3}$

Найдите какое-нибудь число, которое при делении на 2 даёт в остатке 1, при делении на 3 даёт в остатке 2, при делении на 4 даёт в остатке 3 и при делении на 5 даёт в остатке 4.

Найдите остаток от деления числа 2^{100} на 3.

2.10. На сколько процентов

А) 250 больше 200 Б) 180 меньше 300? В) 630 больше 600

Г) 382,5 меньше 450 Д) 100 больше 80 Е) 80 меньше 100

Ё) 230 больше 200 Ж) 451 меньше 550 З) 305 больше 250

И) 48 меньше 60 Й) 132,3 больше 126 К) 1010 больше 1000

Л) 1790 меньше 2000 М) 3925 больше 2500 Н) $4\frac{10}{57}$ больше $2\frac{5}{57}$

Почему числа, участвующие в задаче Д) и задаче Е), одинаковые, а ответы разные?

2.11. По определению процента заполните таблицу:

целое (100%)	процент	часть от целого
750	32%	
	17%	68
3500		700
575	32,4%	
	13%	2,6
57		1140
1220	10%	
	5,77%	12,694
1		0,57
1450	20%	
	$4\frac{7}{11}\%$	51
15		1,2

2.12. Туристы проехали 50% пути на поезде и 40% пути на автобусе. Какую часть пути осталось пройти туристам?

2.13. В голосовании приняли участие 64,3% электората. Сколько процентов электората не пришли на выборы?

2.14. Морская вода содержит 8% соли (по массе). Сколько в морской воде пресной воды?

2.15. Сплав меди, цинка и олова содержит 20% меди и 45% цинка. Сколько в этом сплаве олова?

2.16. Латунь – это сплав меди с цинком. Для художественного литья используется латунь, в которой 20% цинка. В такие сплавы обязательно добавляют по 3% олова и 3% свинца. Сколько в данном сплаве процентов меди?

2.17. Бронза – это сплав меди с оловом. Монетная бронза содержит 3,9% олова, оружейная бронза – 10,2% олова, а колокольная бронза содержит 22,4% олова. В каждом случае определите, сколько процентов меди содержится в сплаве.

В записи 8 8 8 8 8 8 8 8 поставьте между некоторыми цифрами знак сложения, чтобы сумма оказалась равна 1000.

2.18. Мельхиор – общее название группы сплавов на основе меди, содержащих никель, железо и марганец. В мельхиоре содержится 33% никеля, 1% железа и 1% марганца. Сколько процентов меди содержится в сплаве?

2.19. Нихром – общее название группы сплавов на основе никеля, содержащих хром, алюминий, кремний, а также микродобавки редкоземельных элементов (лантан, церий, самарий и др.) Такие сплавы обладают высокой жаростойкостью в сочетании с высоким электрическим сопротивлением. Нихром содержит 20% никеля, 3,5% алюминия, 1,5% кремния и 0,1% РЗЭ. Сколько процентов хрома содержится в таком сплаве?

2.20. Основным материалом при изготовлении самолётов является сплав дюралюминий (другие названия – дуралюмин, дюраль). Дюралюминий – самый прочный сплав среди сплавов на основе алюминия. Кроме алюминия, дюралюминий содержит медь (1,4%), магний (0,4%), марганец (1%), кремний (0,5%), цинк (7%), железо (1,8%) и титан (0,35%). Сколько в таком сплаве процентов алюминия?

2.21. Воздух состоит из азота (78,09% по объёму), кислорода (20,95%), углекислого газа (0,03%). Кроме этих газов, в воздухе содержатся ещё так называемые инертные газы: аргон, неон, гелий, криптон, радон. Каково процентное содержание инертных газов в воздухе?

2.22. Цена товара уменьшилась на 35%. Сколько процентов составляет новая цена от старой?

2.23. Цена товара увеличилась на 5%. Сколько процентов составляет новая цена от старой?

Решите следующие задачи по определению процента. Самое главное при решении каждой задачи – определить, что в задаче принимается за 100%. Также необходимо чётко определить, какую из трёх задач на проценты Вам необходимо решить: найти часть от целого, найти целое по части или найти, сколько составляет одна величина от другой.

2.24. Оптовая цена товара на складе 5500 р. Торговая надбавка в магазине составляет 12%. Сколько стоит этот товар в магазине?

2.25. Пиджак стоит 5000 рублей. В связи с поступлением новой коллекции пиджак продают со скидкой 70%. Сколько стоит пиджак с учётом скидки?

2.26. Пиджак стоит 5250 рублей. В магазине проводят распродажу со скидкой 15%. Сколько стоит пиджак на распродаже?

2.27. Сплав состоит из 10% олова, 35% меди и 55% свинца. Сколько каждого металла содержится в 2 кг сплава. Ответ дайте в граммах.

2.28. В библиотеке 98000 книг. Книги на русском языке составляют 78% всех книг, из них 5% – учебники. Сколько учебников на русском языке в библиотеке?

2.29. Себестоимость товара составляет 75% от его розничной цены. Товар продаётся по цене 1500 рублей. Какова его себестоимость?

2.30. В школе 15 учеников учатся только на оценки «отлично». Это составляет 5% всех учащихся школы. Сколько всего учащихся в школе?

2.31. Вкладчик положил в банк некоторую сумму под 8,5% годовых. Через год проценты по вкладу составили 2720 евро. Какую сумму вкладчик положил в банк?

Записаны подряд 20 пятёрок: 5 5 5…5 5. Поставьте между некоторыми цифрами знак сложения, чтобы сумма оказалась равна 1000.

2.32. В первый час работы продавец продал 40 кг яблок. Это составило 16% от первоначального количества яблок. Сколько килограммов яблок было у продавца первоначально.

2.33. За год число книг в библиотеке увеличилось на 10% и стало равным 8800. Сколько книг было в библиотеке в прошлом году?

2.34. Стоимость покупки с учётом четырёхпроцентной скидки по дисконтной карте составила 1152 рубля. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

2.35. Цена на чайник повысилась на 11% и стала равна 1332 рубля. Сколько стоил чайник до повышения цены?

2.36. Вкладчик положил 300000 рублей в банк под 11% годовых. Какая сумма будет у него на счету через год?

2.37. Какую сумму должен положить вкладчик в банк под 12% годовых, чтобы через год на его счету оказалось 448000 рублей?

2.38. Какую сумму должен положить вкладчик в банк под 11,5% годовых, чтобы через год на его счету оказалось 724750 рублей?

2.39. Предприниматель взял в банке кредит в размере 1200000 рублей под 15,5% годовых. Какую сумму он должен вернуть банку через год?

2.40. Проезд в маршрутке от станции метро Университет до ГЗ МГУ имени М. В. Ломоносова подорожал с 20 рублей до 25 рублей. На сколько процентов повысилась цена проезда?

2.41. Автомобиль стоит 600000 рублей. В рамках специальной акции автомобиль можно купить по цене 534000 рублей. На сколько процентов снизилась цена автомобиля?

2.42. В первом квартале доля рынка, занимаемая товарами отечественных производителей, увеличилась с 20% до 25% процентов, а во втором – с 25% до 30%. На сколько процентов увеличилась отечественная доля рынка в каждом квартале? В каком квартале увеличение было более значительным?

2.43. До снижения цен товар стоил 2700 рублей, а после снижения цен стал стоить 2322 рубля. На сколько процентов была снижена цена товара?

2.44. Найдите число, если известно, что после прибавления к нему 12% его получится 420.

2.45. Найдите число, 17% которого на 27 больше 14% его.

2.46. Который теперь час, если остающаяся часть суток равна 60% протекшей части?

2.47. Цена на товар повысилась на 15% и составила 2944 рубля. Найдите первоначальную цену товара.

2.48. Цена на товар понизилась на 15% и составила 2176 рублей. Найдите первоначальную цену товара.

2.49. В библиотеке 55000 книг. Учебники составляют 12% всех книг, из них 13% – учебники по математике. Сколько всего в библиотеке книг по математике?

Придумайте 100-значное число, не содержащее цифру 0 и делящееся на сумму своих цифр.

2.50. Книги русских писателей XIX века составляют 15% всех книг в библиотеке, из них 10% составляют книги Льва Николаевича Толстого. Книг Льва Николаевича Толстого в библиотеке 255 штук. Сколько всего книг в библиотеке?

2.51. В библиотеке 20000 книг, из них 1500 книг – это словари для перевода с одного языка на другой, из них 75 книг – это англо-русские м русско-английские словари. Ответьте на три вопроса: сколько процентов от всех книг в библиотеке составляют словари? сколько процентов от всех словарей составляют англо-русские и русско-английские словари? сколько процентов от всех книг в библиотеке составляют англо-русские и русско-английские словари?

2.52. При перегонке нефти получается 30% керосина и 53% мазута, остальное – потери при переработке. А) Сколько керосина и мазута получится из 64 т нефти? Б) При перегонке нефти получилось 10,6 т мазута. Сколько было нефти?

2.53. Стоимость станка после четырёх лет работы на 32% меньше первоначальной стоимости, причём станок оценивается в 23800 рублей. Определите первоначальную стоимость станка.

2.54. Кофе при обжаривании теряет 12,5% своего веса. Сколько килограммов свежего кофе нужно взять, чтобы получить 42 кг жареного?

2.55. *(Историческая задача)* Цена овощей была снижена с 2 рублей до 1 рубля 7 копеек за 1 кг. На сколько процентов снижена цена овощей по отношению к первоначальной цене?

2.56. Дисконтная карточка в магазине «Marks&Spencer» даёт мне скидку 3%. Цена шляпы с учётом скидки составила 1552 рубля. Сколько стоит шляпа без скидки?

2.57. Цена на товар повысилась на 21% и составила 7865 рублей. Найдите первоначальную цену товара.

Концентрация.

Определение. Концентрация вещества в растворе – это процент, который составляет масса вещества в растворе от массы всего раствора.

Пример 7. К 1 кг сахара добавили 4 кг вода. Какова концентрация сахара в полученном растворе?

Решение.

1. 1+4 = 5 (кг) – масса всего раствора. Таким образом, нам надо найти сколько процентов составляет 1 кг от 5 кг.

2. 5 : 100 = 0,05 (кг) – один процент от 5 кг.

3. 1 : 0,05 = 100 : 5 = 20 (%) – сколько раз один процент «влезает» в 1 кг.

Ответ: концентрация сахара в растворе 20%.

2.58. Килограмм соли растворили в 9 л воды. Какова концентрация полученного раствора? Известно, что масса одного литра воды равна 1 кг.

2.59. Килограмм соли растворили в 10 л воды. Какова концентрация полученного раствора? Известно, что масса одного литра воды равна 1 кг.

2.60. 20 г чистой серной кислоты растворили в 180 г воды. Найдите концентрацию полученного раствора.

2.61. 25 г чистого спирта растворили в 100 г воды. Найдите концентрацию полученного раствора.

По кругу зацеплены 2011 шестерёнок: первая со второй, вторая с третьей, третья с четвёртой, …, две тысячи десятая с две тысячи одиннадцатой, две тысячи одиннадцатая с первой. Могут ли эти шестерёнки вращаться?

2.62. 8 г соли растворили в 152 г воды. Найдите концентрацию полученного раствора.

2.63. 120 г золота сплавили с 80 г серебра. Найдите концентрацию золота и серебра в полученном сплаве.

2.64. Сплав состоит из 30 г меди, 90 г олова и 180 г железа. Найдите концентрации данных металлов в этом сплаве.

2.65. Концентрация соли в растворе составляет 5,7%. Сколько соли и сколько воды содержится в 1 кг раствора? Ответ дайте в граммах.

2.66. Концентрация серной кислоты в растворе составляет 22%. Сколько чистой серной кислоты и сколько воды содержится в 150 г раствора?

2.67. Концентрация спирта в растворе составляет 13,5%. Сколько чистого спирта и сколько воды содержится в 400 г раствора?

2.69. Сколько воды надо добавить к 20 г соли, чтобы получить однопроцентный раствор?

2.70. Сколько воды надо добавить к 30 г соли, чтобы получить пятипроцентный раствор соли?

2.71. Сколько воды надо добавить к 40 г соли, чтобы концентрация соли в полученном растворе равнялась 8%?

2.72. Сколько воды надо добавить к 13 г соли, чтобы получить пятипроцентный раствор соли?

2.73. Сколько соли надо добавить к 190 г воды, чтобы получить пятипроцентный раствор соли?

2.74. Сколько чистого спирта надо добавить к 276 г воды, чтобы получить восьмипроцентный раствор спирта?

2.75. Сколько чистой серной кислоты надо добавить к 873 г воды, чтобы получить трёхпроцентный раствор серной кислоты?

2.76. Сколько сахара надо добавить к 480 г воды, что чтобы получить четырёхпроцентный раствор сахара?

2.77. Смешали 100 г трёхпроцентного и 300 г семипроцентного раствора соли. Найдите концентрацию полученного раствора.

2.78. Смешали 280 г пятипроцентного и 220 г десятипроцентного раствора соли. Найдите концентрацию полученного раствора.

2.79. Смешали 600 г трёхпроцентного и 400 г четырёхпроцентного раствора чистой серной кислоты. Найдите концентрацию полученного раствора.

2.80. Смешали 70 г трёхпроцентного и 80 г шестипроцентного раствора чистого спирта. Найдите концентрацию полученного раствора.

2.81. Докажите, что если смешать равные массы двух растворов, то концентрация нового раствора будет равна среднему арифметическому концентраций исходных растворов.

2.82. Вкладчик положил в банк 100000 рублей под 13% годовых на три года с капитализацией (по истечении каждого года проценты причисляются к сумме вклада). Какая сумма будет на счету вкладчика через три года?

2.83. Товар стоит 2000 рублей. Цена на товар увеличилась сначала на 10%, а потом ещё на 20% от новой цены. Сколько стоит товар теперь? На сколько процентов увеличилась цена товара по сравнению с первоначальной?

Пример 8. До начала финансового кризиса одна акция крупной компании “Математика Forever” стоила 10000 рублей. С началом кризиса стоимость акций упала на 40%. Затем по мере восстановления экономики цена акции возросла на 20%. Через некоторое время цена акции снова возросла ещё на 30%. Сколько стоит акция теперь? На сколько процентов изменилась цена акции по сравнению с первоначальной?

Решение.

1. *$10000 : 100 = 100$ (рублей) – один процент от первоначальной стоимости акций.*
2. *$100 \times 40 = 4000$ (рублей) – на сколько понизилась стоимость акции в результате кризиса.*
3. *$10000 - 4000 = 6000$ (рублей) – цена акций после падения.*

Очень важное замечание: во всех подобных задачах подразумевается и отдельно никак не оговаривается, что каждое новое изменение указывается в процентах не от первоначальной цены, а от текущей. То есть в данной задаче акции выросли на 20% от 6000 рублей.

4. *$6000 : 100 = 60$ (рублей) – один процент от текущей цены акции.*
5. *$60 \times 20 = 1200$ (рублей) – на сколько увеличилась цена акции при первом увеличении.*
6. *$6000 + 1200 = 7200$ (рублей) – цена акции после первого роста.*

И снова очень важное замечание: теперь акции выросли на 30% от текущей цены 7200 рублей.

7. *$7200 : 100 = 72$ (рублей) – один процент от текущей цены акции.*
8. *$72 \times 30 = 2160$ (рублей) – на сколько увеличилась цена акции при втором увеличении.*
9. *$7200 + 2160 = 9360$ (рублей) – окончательная цена акции.*

На первый вопрос задачи мы ответили. Теперь найдём, на сколько изменилась цена акции по сравнению с первоначальной.

10. $10000 - 9360 = 640$ (рублей) – изменение акции в рублях. Таким образом, нам надо найти, сколько процентов составляет 640 от 10000. Решим эту задачу по определению процента. Один процент от первоначальной цены мы уже нашли в первом действии.

11. $640 : 100 = 6{,}4\%$ – на сколько процентов понизилась цена акции по сравнению с первоначальной ценой.

Ответ: цена акции понизилась на 6,4% от первоначальной цены и стала равна 9360 рублей.

Итак, мы видим, что задача решается несложно, но долго (и скучно): решение требует несколько раз повторить одни и те же действия. В реальной жизни стоимость акций или, например, валют, меняется гораздо чаще, да и реальные числа «не подобраны», то есть ответы получаются не такие хорошие и круглые. Наша ближайшая задача – научиться решать подобные задачи быстро и легко. Для этого необходимо освоить перевод процентов в десятичные дроби.

Проценты и десятичные дроби.

Рассмотрим 57% от целого. По определению процент – это одна сотая часть целого. Следовательно, 57 процентов – это 57 сотых, то есть 0,57. Мы можем записать равенство: $57\% = 0,57$. Рассмотрим другой пример: 130% от целого. По определению процента получаем, что 130 процентов – это 130 сотых, то есть $130 \cdot 0,01 = 1,3$. Аналогично, 37,5% – это 37,5 сотых, то есть мы можем записать равенство $37,5\% = 37,5 \cdot 0,01 = 0,375$. Наконец, рассмотрим самый простой, но очень важный пример: 100% – это по определению 100 сотых, то есть $100 \cdot 0,01 = 1$. Итак, 100% – это 1, то есть – целое. Рассмотрев эти примеры, нетрудно сделать следующее наблюдение: **чтобы перевести проценты в десятичную дробь, нужно число процентов умножить на 0,01, то есть передвинуть в числе процентов запятую на два знака влево.** В самом деле, если n – число процентов, то n – это число сотых частей целого, то есть $n\% = n \cdot 0,01$. Отметим также, что умножить число на 0,01 – это всё равно что поделить число на 100.

Обратно: пусть нам дана дробь, выражающая часть от целого. Например, 0,75. Чтобы перевести данную дробь в проценты, нужно узнать, сколько раз в эту дробь «влезает» одна сотая часть от целого, то есть поделить 0,75 на 0,01. Имеем: $0,75 : 0,01 = 75 : 1 = 75\%$. Аналогично, переведём в проценты дроби 2 и 0,0002. Нам надо узнать, сколько раз в эти числа «влезает» одна сотая от целого. Имеем: $2 : 0,01 = 200 : 1 = 200\%$, $0,0002 : 0,01 = 0,02 : 1 = 0,02\%$. Таким образом, **чтобы перевести дробь в проценты, нужно поделить дробь на 0,01. Отметим, что поделить число на 0,01 – это всё равно что умножить это число на 100, то есть передвинуть запятую на два знака вправо.**

Итак, ещё раз отдельно сформулируем правило перевода процентов в десятичные дроби.

Чтобы перевести проценты в десятичные дроби, нужно число процентов поделить на 100, то есть передвинуть запятую на два знака влево. Обратно: чтобы десятичную дробь перевести в проценты, нужно десятичную дробь умножить на 100, то есть передвинуть запятую на два знака вправо.

2.84. Переведите проценты в десятичную дробь:

А) $5,7\% = 5,7 \cdot 0,01 = 0,057$

Б) 2%	В) 75%	Г) 90%	Д) 30%	Е) 1,7%	Ё) 0,8%	Ж) 0,03%
З) 0,009%	И) 133%	Й) 557%	К) 150%	Л) 200%	М) 1000%	Н) 450%
О) 101,1%	П) 100%	Р) $33\frac{1}{3}\%$	С) $1\frac{2}{3}\%$	Т) $66\frac{2}{3}\%$	У) $\frac{5}{7}\%$	Ф) $57\frac{1}{7}\%$
Х) 23,4%	Ц) 2,34%	Ч) 1,5%	Ш) 8,75%	Щ) 87,5%	Ъ) 875%	Ы) 0,875%

2.85. Переведите дроби в проценты:

А) $0,04 = 0,04 \cdot 100\% = 4\%$

Б) 0,32	В) 0,1	Г) 0,25	Д) 0,4	Е) 0,04	Ё) 0,004	Ж) 0,7
З) 0,005	И) 0,063	Й) 1,12	К) 1,2234	Л) 1,01	М) 2,5	Н) 1,23
О) 3,57	П) 1,451	Р) 1,8	С) 3,75	Т) 1	У) 2	Ф) 10
Х) 0,01	Ц) 0,0777	Ч) 0,00097	Ш) $\frac{1}{2}$	Щ) $\frac{1}{4}$	Ъ) $\frac{9}{20}$	Ы) $\frac{1}{8}$
Ь) $\frac{7}{40}$	Э) $\frac{1}{3}$	Ю) $\frac{5}{7}$	Я) $\frac{4}{9}$	W) $\frac{2}{11}$	Z) $\frac{3}{13}$	Q) $\frac{2}{3}$

2.86. Переведите дроби в проценты:

А) $\frac{1}{10}$	Б) $\frac{1}{5}$	В) $\frac{1}{4}$	Г) $\frac{1}{2}$	Д) $\frac{2}{5}$	Е) $\frac{3}{4}$	Ё) $\frac{1}{20}$

Перевод процентов в десятичные дроби позволяет решать стандартные задачи на проценты проще. Рассмотрим примеры.

Пример 9. Найти 57,7% от 240.

Решение. *Переведём проценты в дробь: $57,7\% = 0,577$. Как мы хорошо знаем, для того чтобы найти часть от целого, нужно целое умножить на дробь. Имеем: $240 \times 0,577 = 138,48$. Таким образом, нахождение процента от целого сводится просто к умножению десятичных дробей.*

Ответ: 138,48.

2.87. Найдите:

А) 23% от 4,5

Решение.

1. $23\% = 0,23$

2. $0,23 \cdot 4,5 = 1,035$

Ответ: 1,035.

Б) 77% от 55	В) 58% от 22,3	Г) 34,1% от 1010	Д) 9,2% от 4,5
Е) 20% от 45,5	Ё) 45% от 340	Ж) 23,87% от 550	З) 1,034% от 320
И) 140% от 365	Й) 150% от 342	К) 130,5% от 1500	Л) 0,4% от 55
М) 0,009% от 2500	Н) 100,01% от 200	О) 5,04% от 25	П) 2,2% от 550
Р) 8% от 1250	С) 4,5% от 3,6	Т) 13,4% от 180	У) 0,5% от 12
Ф) 9,3% от 1000000000	Х) 1,2% от 1,7	Ц) 3,75% от 18,4	Ш) 9,75% от 540
Щ) 13,5% от 940,8	Ъ) 3,7% от 81	Ы) 65,2% от 124,75	Ь) 7,45% от 56,2

Из прямоугольника 13 на 7 вырежьте 15 прямоугольников размером 2 на 3.

2.88. Найдите 57% от 75 и 75% от 57. Объясните, почему так получается.

2.89. Найдите:

А) 5% от 48,7	Б) 8% от 71,3	В) 1,5% от 80	Г) 1,4% от 45
Д) 0,8% от 125	Е) 16,5% от 240	Ё) 3,25% от 1760	Ж) 0,6% от 4,5
З) 0,4% от 12,4	И) $7\frac{1}{3}$% от 120	Й) 120% от 350	К) 154% от 540
Л) 275% от 890	М) 235% от 6,4	Н) 200% от 7,6	О) 300% от 6,7
П) 400% от 5,55	Р) 500% от 2	С) 0,04% от 230	Т) 0,046% от 180

2.90. Вспомните, как искать некоторые проценты быстро. Найдите:

А) 10% от 350	Б) 20% от 400	В) 25% от 160	Г) 10% от 425
Д) 2% от 250	Е) 5% от 800	Ё) 25% от 400	Ж) 50% от 1800
З) 30% от 600	И) 30% от 50	Й) 75% от 3200	К) 12,5% от 40
Л) 40% от 150	М) 60% от 300	Н) 150% от 30	О) 90% от 230
П) 99% от 2200	Р) 99% от 7000	С) 95% от 480	Т) 98% от 4500

2.91. Найдите, какую часть от целого составляет процент от процента. Ответ выразите в виде процентов и в виде дроби.

А) 20% от 80%	Б) 30% от 60%	В) 25% от 80%
Г) 75% от 32%	Д) 2% от 50%	Е) 17% от 90%
Ё) 11% от 11%	Ж) 5% от 7%	З) 23,4% от 72,5%
И) 50% от 50%	К) 40% от 60%	Л) 150% от 50%
М) 20% от 150%	Н) 30% от 300%	О) 400% от 15%

2.92. Найдите, какую часть от целого составляет

А) 70% от $\frac{5}{7}$ от целого

Б) 34% от $\frac{8}{17}$ от целого

В) $\frac{7}{9}$ от 63% от целого

Г) $1\frac{1}{11}$ от 33% от целого

Д) 120% от 30% от целого

Е) 200% от 5,7% от целого

Ответ дайте в виде дроби и в виде процентов.

В кабине лифта 20-этажного дома есть две кнопки. При нажатии на одну из них лифт поднимается на 13 этажей, а при нажатии на другую – опускается на 8 этажей. Как попасть с 13-го этажа на восьмой?

Пример 10. Найдите целое, если 46,7% равны 1083,44.

Решение. *Переведём проценты в дробь: $46,7\% = 0,467$. Таким образом, 1083,44 составляет 0,467 от целого. Как мы хорошо знаем, для того чтобы найти целое по его части, нужно эту часть разделить на дробь, выражающую эту часть. Имеем: $1083,44 : 0,467 = 1083440 : 467 = 2320$.*

Наш скромный педагогический опыт показывает, что при решении именно этой задачи школьники очень часто допускают ошибки. Поэтому предложим другой способ решения данной задачи. Нам надо найти целое. Обозначим это целое через x. Тогда 0,467 от x равны 1083,44. Как мы хорошо знаем, часть от целого находится с помощью умножения. Таким образом, мы получаем уравнение: $0,467 \times x = 1083,44$. Решая его, приходим к ответу: $x = 1083,44 : 0,467 = 1083440 : 467 = 2320$.

Ответ: 2320.

2.93. Найдите целое, если:

А) 13,1% равны 7,467

Решение.

1. $13,1\% = 0,131$

2. $0,131 \cdot x = 7,467$

$x = 7,467 : 0,131$

$x = 7467 : 131$

$x = 57$

Ответ: 57.

Б) 17% равны 42,5

В) 13% равны 74,1

Г) 87% равны 1392

Д) 123% равны 73,8

Е) 150% равны 225

Ё) 30% равны 33

Ж) 12,34% равны 148,08

З) 0,067% равны 0,8375

И) 7,01% равны 21,03

Й) 99,8% равны 249,5

К) 3,4% равны 0,1938

Л) 37,5% равны 0,0975

М) 200% равны 56,4

Н) 1% равны 838,57

О) 1000% равны 570000

П) 4,5% равны 9

Р) 3,75% равны 75

С) 12,5% равны 7,5

Т) 5,6% равны 4,2

У) 17,8% равны 5,34

Ф) 120% равны 66

2.94. Найдите число, если:

А) после увеличения на 30% получилось 520

Б) после уменьшения на 10% получилось 450

В) после увеличения на 60% получилось 120

Г) после уменьшения на 70% получилось 57

Д) после увеличения на 5% получилось 262,5

Е) после уменьшения на 55% получилось 270

На столе в ряд выставлены 9 пакетов с сахаром. Масса первого – 3 кг, а каждый следующий тяжелее предыдущего на 1 кг. Как разложить пакеты в три рюкзака так, чтобы количество сахара в каждом из рюкзаков было одинаковым?

Пример 11. Какую часть составляет 180 от 400? Ответ выразите в процентах.

Решение. *Как мы хорошо знаем, чтобы найти, какую часть составляет одно число от второго, нужно первое число поделить на второе. Напомним также, что действие деления можно записывать с помощью дробной черты. Имеем:* $180 : 400 = \frac{180}{400} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$. *Теперь нетрудно перевести получившуюся дробь в десятичную, а десятичную – в проценты:* $\frac{9}{20} = \frac{9 \times 5}{20 \times 5} = \frac{45}{100} = 0,45 = 45\%$.

Ответ: 180 составляет 45% от 400.

Итак, мы можем сформулировать алгоритм для решения задачи «Сколько первое число составляет процентов от второго?»

1. **Поделите первое число на второе. Запишите действие деления с помощью дробной черты. Сократите получившуюся дробь.**
2. **Переведите данную дробь в десятичную.**
3. **Переведите десятичную дробь в проценты.**

Для иллюстрации этого алгоритма решим ещё одну подобную задачу с «плохими числами».

Пример 12. Какую часть составляет 134,748 от 236,4? Ответ выразите в процентах.

Решение. *Имеем:* $134,748 : 236,4 = \frac{134,748}{236,4}$. *Чтобы избавиться от запятых, и числитель и знаменатель данного дробного выражения умножим на 1000. Далее – сократим получившуюся дробь (проверьте!):* $134,748 : 236,4 = \frac{134,748}{236,4} = \frac{134,748 \times 1000}{236,4 \times 1000} = \frac{134748}{236400} = \frac{57}{100} = 0,57 = 57\%$.

Ответ: 57%.

2.95. Сколько процентов составляет число 2 от числа

А) 2	Б) 4	В) 8	Г) 10	Д) 20	Е) 40	Ё) 50
Ж) 100	З) 200	И) 1	К) 0,5	Л) 2,5	М) 0,1	Н) 25

До царя дошла весть, что кто-то из трех богатырей убил Змея Горыныча. Приказал царь им явиться ко двору. Молвили богатыри:

Илья Муромец: – Змея убил Добрыня Никитич.

Добрыня Никитич: – Змея убил Алеша Попович.

Алеша Попович: – Я убил Змея.

Известно, что только один богатырь сказал правду, а двое слукавили. Кто убил Змея?

2.96. Найдите, какую часть составляет первое число от второго.

А) 21 от 70

Решение.

$$21:70=\frac{21}{70}=\frac{3}{10}=0,3=30\%$$

Ответ: 30%.

Б) 16 от 50	В) 37 от 1000	Г) 15 от 60	Д) 3 от 60	Е) 1,2 от 1,5
Ё) 25 от 20	Ж) 150 от 75	З) 57 от 57	И) 30 от 120	Й) 28,8 от 180
К) 2,5 от 20	Л) $0,32$ от $2\frac{2}{3}$	М) 42 от 120	Н) 1,2 от 15	О) 32,25 от 215
П) 14,4 от 36	Р) 10,8 от 14,4	С) 20,25 от 320	Т) 42,9 от 214,5	У) 0,325 от 4,7
Ф) 4,7 от 9,4	Х) $\frac{3}{7}$ от $2\frac{2}{49}$	Ц) 0,2 от $\frac{2}{3}$	Ч) $\frac{5}{9}$ от $1\frac{37}{63}$	Ш) 0,6 от $1\frac{1}{9}$
Щ) $\frac{1}{2}$ от $\frac{1}{3}$	Ъ) $\frac{1}{4}$ от $\frac{1}{3}$	Ы) $1\frac{4}{7}$ от $7\frac{6}{7}$	Ь) $\frac{6}{7}$ от $2\frac{22}{49}$	Э) $\frac{7}{11}$ от $\frac{5}{22}$
Ю) $7\frac{5}{12}$ от $29\frac{2}{3}$	Я) $5\frac{5}{7}$ от $10\frac{10}{399}$	W) 0,18 от 3	Z) 57 от 11400	Q) 0,06 от 0,3

2.97. Найдите, какую часть составляет первое число от второго.

А) 35 от 25	Б) 48 от 30	В) 47,6 от 23,8	Г) 0,51 от 0,17	Д) 3,24 от 0,81
Е) 176,8 от 17,68	Ё) 12,43 от 0,1234	Ж) 6,992 от 4,6	З) 26,66 от 12,4	И) 26,1 от 17,4
Й) 39,52 от 12,35	К) 0,2356 от 0,19	Л) 0,34 от 3,4	М) 2,3 от 230	Н) 5,7 от 5700
О) 5,7 от 75	П) 1,7 от 3,4	Р) 1,8 от 3,6	С) 1,23 от 2,05	У) 1,4 от 5,6
У) 1,035 от 2,25	Ф) 5,632 от 10,24	Х) 7,95 от 10,6	Ц) 2,304 от 2,56	Ч) 9,24 от 13,2

2.98. Сколько процентов составляют числа 5; 7; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{8}$; 0,4; 0,8 от чисел, им обратных?

Прямоугольник 20 на 11 разбит прямыми, параллельными его сторонам, на квадратики со стороной 1. На сколько частей разобьётся этот прямоугольник, если в нём провести ещё и диагональ? Ответьте на тот же вопрос для прямоугольника 20 на 12. Ответьте на тот же вопрос для прямоугольника 2011 на 57.

Четыре кошки и три котёнка весят 15 кг, а три кошки и четыре котёнка весят 13 кг. Сколько весит каждая кошка и каждый котёнок в отдельности?

2.99. Заполните таблицу

проценты	десятичная дробь, на которую надо умножить целое
100%	
70%	
35%	
280%	
5%	
1%	
0,1%	
	0,6
	2
1000%	
	0,35
	5,9
	0,045
	100
7,7%	
57,678%	
0,0067%	
	0,00034
45%	
	0,055
34,5%	
	345
37,5%	
	0,5798
56,45%	
	0,0089

Пешеход прошел $\frac{2}{5}$ моста, когда заметил, что сзади по дороге едет велосипедист. Он повернулся и пошел назад и встретился с велосипедистом в начале моста. Если бы он продолжал двигаться вперед, то велосипедист догнал бы его в конце моста. Во сколько раз скорость велосипедиста больше скорости пешехода?

Два велосипедиста выехали из пунктов A и B навстречу друг другу. Первый раз они встретились в 40 км от B. Приехав в конечный пункт, каждый из них сейчас же поворачивал и ехал обратно с той же скоростью. Через 8 часов после первой встречи они снова встретились в 20 км от A. Найдите расстояние от A до B и скорости велосипедистов.

2.100. Заполните таблицу:

изменение в процентах	сколько процентов от целого получилось	на сколько надо умножить целое
+20%	120%	1,2
–35%	65%	0,65
+10%		
–40%		
+50%		
–75%		
+1%		
–2%		
+200%		
–99%		
+23,5%		
–3,4%		
+123,7%		
–0,1%		
+0,23%		
–90,9%		
+7,65%		
–7,8%		
		0,7
		1,33
		2
		0,5
		0,99
		9,9
		0,445
		1,56
		0,02
		1,0005
		0,0006
		5
		0,00005
		5,7

2.101. Заполните таблицу:

целое	часть от целого	проценты	арифметическое действие
240		17%	
	243,2	76%	
700	49		
12,5		80%	
	291,6	54%	
25,4	6,35		
3,68		25%	
	42,75%	75%	
1200	342		
18,96		1,2%	
	1,058	23%	
45	58,5		
12,45		200%	
	0,000285	5,7%	
12,5	2,5		
19,56		3,45%	
	14,76	12,3%	
12,308	36,924		
20,01		300%	
	2625	8,75%	
44	9,68		
0,456		190%	
	49	700%	
19	57		
0,512		5,5%	
	3,92	32%	
110	41,25		
40,96		0,45%	
	3,2041	17,9%	
45,6	148,2		

На викторине было предложено 12 вопросов. За каждый правильный ответ участнику начисляли 10 баллов, а за неправильный снимали 8 баллов. Сколько правильных ответов дал один из участников викторины, если он набрал 30 баллов?

Решите следующие задачи, переводя проценты в десятичные дроби. Напоминаем, что самое главное при решении каждой задачи – определить, что в задаче принимается за 100%. Также необходимо чётко определить, какую из трёх задач на проценты Вам необходимо решить: найти часть от целого, найти целое по части или найти, сколько составляет одна величина от другой.

2.102. В избирательном округе 25000 избирателей. На выборы пришли 57% избирателей. Сколько человек приняли участие в голосовании?

2.103. Банк начисляет ежегодно 9% от вложенной суммы. Сколько рублей будет начислено через год на вклад 450000 рублей?

2.104. Банк начисляет ежегодно 10,75% от вложенной суммы. Сколько рублей будет начислено через год на вклад 300000 рублей?

2.105. Продавец купил товар по цене 1100 рублей за единицу товара и планирует получить при продаже прибыль 15%. По какой цене он должен продавать товар?

2.106. По данным N-ского горкомстата по сравнению с предыдущим годом товарооборот организаций, осуществляющих торговую деятельность, увеличился на 53% и составил 902 млн. рублей. На какую сумму увеличился товарооборот?

2.107. Цена на товар была повышена на 11% и составила 1443 рубля. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

2.108. Цена на акцию понизилась на 2,5% и составила 8677,5 рубля. Найдите первоначальную цену акции?

2.109. Мальчик Гриша прочитал 138 страниц, что составляет 23% числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?

2.110. Сливочное мороженое содержит 14% сахара. На приготовление мороженого израсходовали 35 кг сахара. Сколько сделали порций мороженого, если в каждой порции 100 г?

2.111. Фрекен Бок испекла 80 пирожков. А Карлсон сразу же съел 10 пирожков. Какой процент пирожков съел Карлсон?

2.112. Банк начисляет 6,5% годовых. Какова первоначальная сумма вклада, если проценты по вкладу составили 1625 долларов?

2.113. Банк начисляет 5,25% годовых. Какова первоначальная сумма вклада, если через год на счету оказалось 59992,5 долларов?

2.114. В промышленных месторождениях содержание меди в медных рудах составляет от 0,3% до 6%. А) Сколько надо взять медной руды, чтобы получить не менее 12 т меди? Б) Сколько меди может получиться из 12 т медной руды?

2.115. Масса сушёных яблок составляет 16% массы свежих яблок. Сколько надо взять свежих яблок, чтобы получить 4 т сушёных?

2.116. До снижения цен товар стоил 2700 рублей, а после снижения стал стоить 2322 рубля. На сколько процентов была снижена цена товара?

Восстановите запись, где цифра Й отлична от нуля. Одинаковые буквы, как обычно, означают одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры:

$$X : O = K, KEЙ$$

2.117. Цена товара повысилась с 450 рублей до 522 рублей. На сколько процентов была повышена цена товара?

2.118. В избирательном округе 25000 избирателей. В голосовании приняли участие 13000 избирателей. Какой процент избирателей участвовал в голосовании?

2.119. Из 30000 жителей города 6900 – дети. Какой процент всего населения составляют дети?

2.120. Стоимость покупки с учётом пятипроцентной скидки по дисконтной карте составила 2185 рублей. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

2.121. Вкладчик положил в банк 90000 рублей и через год получил 100800 рублей. Какова доходность вклада? Какую сумму получит вкладчик, если положит все эти деньги на такой же вклад ещё на один год?

2.122. Вкладчик положил в банк 15000 долларов. Проценты по вкладу составили 525 долларов. Какова доходность вклада?

2.123. Из 225 кг руды получили 34,2 кг меди. Каково процентное содержание меди в руде?

2.124. В кристаллах обыкновенной соды на каждые 286 г общего веса содержится 108 г воды. Каков процент содержания воды в кристаллах соды?

2.125. Какова концентрация соли в растворе, состоящем из 35 г соли и 165 г воды?

2.126. Какова концентрация серной кислоты в растворе, состоящем из 30 г кислоты и 570 г воды?

2.127. Имеются два раствора соли массой 80 г и 120 г. В первом растворе содержится 12 г соли, а во втором – 15 г. Найдите концентрацию каждого из этих растворов. Найдите концентрацию раствора, полученного при смешивании двух данных растворов.

2.128. Смешали 200 г 10%-ного сахарного сиропа и 300 г 20%-ного сахарного сиропа. Найдите концентрацию полученной смеси.

2.129. К 200 г 15%-го раствора вещества добавили 300 г 40%-го раствора того же вещества. Какова концентрация полученной смеси?

2.130. К 500 г 12%-го раствора соли добавили 300 г 8%-ного раствора соли. Какова концентрация полученной смеси?

2.131. Смешали три раствора некоторого вещества: 500 г 12%-го раствора, 200 г 15%-го раствора и 300 г 6%-го раствора. Какова концентрация полученной смеси?

2.132. Смешали три раствора некоторого вещества: 200 г однопроцентного раствора, 300 г двухпроцентного раствора и 300 г трёхпроцентного раствора. Какова концентрация полученной смеси?

2.133. На сколько процентов изменилась величина, если она:

А) увеличилась в 2 раза
Б) уменьшилась в 2 раза
В) увеличилась в 1,5 раза
Г) увеличилась в 5 раз
Д) уменьшилась в 5 раз
Е) увеличилась в 10 раз
Ё) уменьшилась в 10 раз
Ж) уменьшилась в 4 раза
З) уменьшилась в 20 раз
И) уменьшилась в 50 раз
Й) уменьшилась в 100 раз
К) уменьшилась в 1000 раз
Л) увеличилась в 2,5 раза
М) уменьшилась в 2,5 раза

2.134. Во сколько раз уменьшится или увеличится число, если это число:

А) увеличить на 100%

Б) уменьшить на 50%

В) увеличить на 200%

Г) уменьшить на 75%

Д) уменьшить на 80%

Е) уменьшить на 90%

Ё) уменьшить на 95%

Ж) уменьшить на 96%

З) уменьшить на 98%

И) увеличить на 1000%

Й) уменьшить на 99%

К) уменьшить на 99,9%

Л) уменьшить на 99,5%

М) уменьшить на 87,5%

2.135. На сколько процентов увеличится произведение двух чисел, если одно из них увеличить на 20%, а другое – на 40%?

2.136. На сколько процентов изменится площадь прямоугольника, если одну его сторону увеличить на 10%, а другую – уменьшить на 10%.

2.137. В первую поездку автомобиль израсходовал 10% бензина, имеющегося в баке, затем во вторую поездку – 25% остатка. После этого в баке осталось на 13 л меньше, чем было первоначально. Сколько литров бензина было в баке первоначально?

2.138. В библиотеке имеются книги на английском, французском и немецком языках. Английские книги составляют 36% всех книг на иностранных языках, французские – 75% английских, а остальные 185 книг – немецкие. Сколько книг на иностранных языках в библиотеке?

2.139. При выполнении работы по математике 15% учеников класса вовсе не справились с задачей, 25% учеников допустили ошибки, а остальные 18 человек решили её верно. Сколько в этом классе человек?

2.140. Мальчик Гриша прочитал в первый день 30% всей книги, во второй – 40% оставшейся части, а в третий – оставшиеся 105 страниц. Сколько всего страниц было в книге?

2.141. Букинистический магазин продал книгу со скидкой 10% с назначенной цены и получил при этом 8% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин?

2.142. Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов 5 рубашек дороже куртки?

2.143. Пять рубашек дешевле куртки на 25%. На сколько процентов 7 рубашек дороже куртки?

2.144. Пиджак дороже брюк на 25%. На сколько процентов брюки дешевле пиджака?

2.145. Куртка дороже пиджака на 60%. На сколько процентов пиджак дешевле куртки?

2.146. Пальто дороже куртки на 150%. На сколько процентов куртка дешевле пиджака?

2.147. Шуба дороже пальто на 100%. На сколько процентов пальто дешевле шубы?

2.148. Брюки на 20% дешевле пиджака и на 20% дороже рубашки. На сколько процентов пиджак дороже рубашки?

2.149. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

2.150. Брюки дороже рубашки на 20% и дешевле пиджака на 46%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

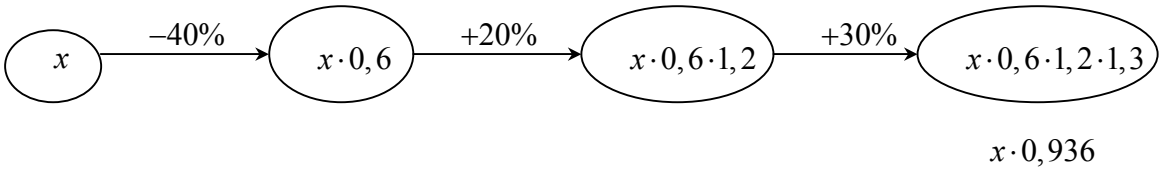
Решение задач с помощью «цепочек».

Теперь решим старую задачу новым методом. Напомним условие.

Пример 12. До начала финансового кризиса одна акция крупной компании “Математика Forever” стоила 10000 рублей. С началом кризиса стоимость акций упала на 40%. Затем по мере восстановления экономики цена акции возросла на 20%. Через некоторое время цена акции снова возросла ещё на 30%. Сколько стоит акция теперь? На сколько процентов изменилась цена акции по сравнению с первоначальной?

Решение.

Обозначим первоначальную цену акции за x. Поскольку стоимость акций упала на 40%, то новая цена составила 60% от первоначальной. Как мы выяснили, чтобы найти 60% от целого нужно целое умножить на 0,6. Получаем $x \cdot 0{,}6$. Далее цена увеличилась на 20% от текущей цены, то есть следующая цена составляет 120% от предыдущей. Для того чтобы найти 120% от целого, нужно умножить целое на 1,2. Получаем $x \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}2$. Наконец, текущая цена увеличилась на 30%, то есть следующая цена составляет 130% от предыдущей. Для того чтобы найти 130% от целого, нужно умножить целое на 1,3. Окончательно имеем: $x \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}3 = x \cdot 0{,}936$. Так как в нашем случае $x = 10000$, то окончательная цена акции равна $10000 \cdot 0{,}936 = 9360$. Решение задачи не обязательно расписывать столь подробно. Решения подобных задач удобно оформлять в виде следующей цепочки.



$x \cdot 0{,}936$

Ответ на второй вопрос задачи при таком способе решения вообще получается «бесплатно». Мы видим, что в результате всех манипуляций первоначальная цена акции умножается на 0,936. По правилу перевода обыкновенных дробей в проценты это означает, что окончательная цена акции составляет 93,6% от первоначальной. Следовательно, цена уменьшилась на $100\% - 93{,}6\% = 6{,}4\%$.

2.151. Прочитайте следующее решение той же задачи. Объясните, почему это решение неправильное.

Неправильное решение.

Первоначальная цена акции – 100%. Цена акции уменьшилась на 40%, потом возросла на 20%, а потом возросла ещё на 30%. Следовательно, окончательная цена составляет

$$100\% - 40\% + 20\% + 30\% = 110\%$$

от первоначальной цены. Следовательно, цена акции увеличилась на 10%. 10% от 10000 рублей это 1000 рублей. Значит, теперь акция стоит 11000 рублей.

Следующие задачи решите с помощью «цепочек». При решении задач первоначальную стоимость акций и т.п. советуем принимать за x.

2.152. Цена на акцию сначала снизилась на 10%, потом снизилась ещё на 10%, а потом увеличилась на 20%. На сколько процентов изменилась цена акции по сравнению с первоначальной? Сколько стоит теперь акция, если первоначально она стоила 5000 рублей?

2.153. Цена на акцию увеличилась на 10%, потом ещё на 5%, а потом увала на 20%. На сколько процентов изменилась цена акции по сравнению с первоначальной? Сколько стоит теперь акция, если первоначально она стоила 4000 рублей?

2.154. Цена на акцию увеличилась на 10%, потом уменьшилась на 20%, потом увеличилась на 30%, далее уменьшилась на 40%, и наконец увеличилась на 60%. На сколько процентов и в какую сторону изменилась цена по сравнению с первоначальной?

2.155. Цена на акцию сначала увеличилась на 50% процентов, а потом уменьшилась на 50%. На сколько процентов и в какую сторону изменилась цена акции по сравнению с первоначальной?

2.156. Цена на акцию сначала увеличилась на 20% процентов, а потом уменьшилась на 20%. На сколько процентов и в какую сторону изменилась цена акции по сравнению с первоначальной?

2.157. Цена на акцию сначала увеличилась на 1% процент, а потом уменьшилась на 1%. На сколько процентов и в какую сторону изменилась цена акции по сравнению с первоначальной?

2.158. Цена на акцию в течении дня поднялась на 1%, потом упала на 2%, а потом снова поднялась на 3%. Уменьшилась или увеличилась цена акции по сравнению с первоначальной? На сколько процентов?

2.159. Цена на товар два раза уменьшилась на 10%. На сколько процентов цена на товар уменьшилась по сравнению с первоначальной?

2.160. Цена на товар два раза увеличилась на 10%. На сколько процентов увеличилась цена по сравнению с первоначальной?

2.161. Цена на проезд три раза увеличилась на 10%. На сколько процентов увеличилась цена по сравнению с первоначальной?

2.162. Население города N в среднем увеличивается на 2% в год. На сколько процентов увеличится население за три года? Сколько жителей будет жить в городе через три года, если первоначально в городе 900000 человек?

2.163. В связи с поступлением новой коллекции одежды цена на старую коллекцию снизилась сначала на 10%, а потом ещё на 30%. На сколько процентов снизилась цена по сравнению с первоначальной? Сколько теперь стоит шляпа, которая раньше стоила 800 крон?

2.164. Цена на свежие фрукты зимой увеличилась сначала на 20%, а потом на 30%. На сколько процентов поднялась цена за зиму?

2.165. Вес одного якобы учителя одной якобы элитной московской школы менялся следующим образом. За осень учитель похудел на 20%, за зиму поправился на 5%, за весну снова похудел на 10%, но зато летом поправился на 30%. Поправился или похудел этот учитель в итоге? На сколько процентов от первоначального веса?

Внутри круга отмечены центр круга и точка, не совпадающая с центром. Как разрезать круг на 3 части и из этих частей сложить новый круг с центром в отмеченной точке?

2.166. В двух магазинах были одинаковые цены. В одном магазине их сначала понизили на 15%, а потом повысили на 10%, а в другом – сначала повысили на 10%, а потом понизили на 15%. Как изменились цены в этих магазинах по сравнению с первоначальной? В каком из магазинов выгоднее покупать товар?

2.167. Подоходный налог установлен в размере 12%. До вычета подоходного налога 1% заработной платы отчисляется в пенсионный фонд. Какой общий налог платит работающий человек? Какую сумму работающий человек получает на руки при зарплате 50000 тугриков?

2.168. Вкладчик вложил деньги в банк на 2 года под 12% годовых с капитализацией. На сколько процентов увеличится вклад по итогам двух лет?

2.169. Вкладчик вложил деньги в банк на 3 года под 20% годовых с капитализацией. На сколько процентов увеличится вклад по итогам трёх лет?

2.170. Вкладчик вложил деньги в банк на вклад «До востребования» под 4% годовых. За сколько лет сумма вклада увеличится в два раза? При решении данной задачи можете использовать калькулятор.

2.171. В 1993 году инфляция в России составляла 30% в месяц (то есть цены увеличивались каждый месяц на 30%). На сколько процентов возросли цена за 4 месяца?

2.172. Акционер компании “Математика Forever” решил уберечь деньги во время финансового кризиса и вложить их в какой-нибудь надёжный банк. Он выбрал ММБ – Московский Математический Банк (там работают только математики, так что банк очень надёжный). В ММБ есть много видов вкладов, но наш акционер остановил свой выбор на двух.

А) Вклад на два года, 12% годовых, проценты выплачиваются в конце срока.

Б) Вклад на два года, 11% годовых, проценты выплачиваются в конце каждого года и причисляются к сумме вклада (капитализация).

Какой же вклад выгоднее? Какую прибыль получит наш акционер, если положит 1000000000 рублей на первый вклад? А на второй?

2.173. В течение финансового кризиса акции компании “Математика Forever” 10 раз упали на 10%. Верно ли, что теперь акции этой некогда могущественной компании ничего не стоят? Если нет, то (с помощью калькулятора) вычислите, сколько процентов от первоначальной цены составляет новая цена.

2.174. Цена на акции сначала два раза увеличилась на 5%, а потом уменьшилась на 10%. Как и на сколько процентов изменилась цена акции по сравнению с первоначальной?

2.175. Цена на акции два раза упала на 20%, а потом два раза выросла на 30%. Как и на сколько процентов изменилась цена акции по сравнению с первоначальной?

2.176. Цена на акции сначала выросла на 10%, потом упала на 15%, потом выросла на 20%, а потом упала на 12%. Как и на сколько процентов изменилась цена акции по сравнению с первоначальной?

2.177. Цена на акции выросла на 12%, потом упала на 16%, потом опять упала на 21%. Как и на сколько процентов изменилась цена акции по сравнению с первоначальной?

Если Вася купит 9 тетрадей, то у него останется 90 рублей. А на 12 тетрадей ему не хватает 30 рублей. Сколько денег у Васи?

2.178. Цена на товар была повышена на 25%. На сколько процентов надо теперь её снизить, чтобы получить первоначальную цену?

2.179. Цена на товар была снижена на 80%. На сколько процентов надо теперь её повысить, чтобы получить первоначальную цену?

2.180. Цена на товар была снижена на 60%. На сколько процентов надо теперь её повысить, чтобы получить первоначальную цену?

2.181. Цена на товар была повышена на 60%. На сколько процентов надо теперь её понизить, чтобы получить первоначальную цену?

2.182. Цена на товар была снижена на 50%. На сколько процентов надо теперь её повысить, чтобы получить первоначальную цену?

2.183. Цена на товар была повышена на 50%. На сколько процентов надо теперь её снизить, чтобы получить первоначальную цену?

2.184. Цена на товар была повышена на 5%. На сколько процентов надо теперь её снизить, чтобы получить первоначальную цену?

2.185. Цена на некоторый товар была снижена дважды – сначала на 15%, а потом ещё на 20%. Каков общий процент снижения цены?

2.186. В голосовании приняли участие 60% жителей страны, имеющих право голоса. Известно, что право голоса имеют 83% населения страны. Сколько процентов от населения страны приняли участие в голосовании?

2.187. В голосовании приняли участие 40% жителей страны. Из них за президента проголосовали 95%. Сколько процентов населения реально поддерживают президента?

2.188. В течение года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число процентов, если известно, что в начале года завод ежемесячно выпускал 600 изделий, а в конце года стал ежемесячно выпускать 726 изделий.

2.189. Цена на товар снижена на 40%, а зарплата дважды увеличивалась на 20%. На сколько процентов больше можно купить товара после снижения цен и повышения зарплаты?

2.190. Цена товара поднялась сначала на 20%, потом ещё на 15% и стала равна 8280 рублей. Найдите первоначальную цену товара.

2.191. Цена товара сначала поднялась на 10%, потом уменьшилась на 20%, далее увеличилась на 5% и стала равна 6468 рублей. Найдите первоначальную цену товара.

2.192. Цена на товар в течение месяца упала сначала на 18%, а затем на 20% и составила 328 рублей. Найдите исходную цену товара.

2.193. Цена на товар в течение месяца упала сначала на 40%, а потом увеличилась на 50% и составила 5130 рублей. Найдите первоначальную цену товара.

Докажите, что число $9^{2000} - 7^{2000}$ делится на 10.

Остаток от деления простого числа на 21 – составное число. Найдите все такие остатки. Приведите примеры.

Задачи на сплавы и концентрацию.

2.194. Сплав олова с медью весом 12 кг содержит 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить, чтобы получить сплав, содержащий 40% меди?

2.195. Морская вода содержит 8% (по весу) соли. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы содержание соли в последней составило 5%?

2.196. Из 38 т сырья второго сорта, содержащего 25% примесей, после очистки получается 30 т сырья первого сорта. Каков процент примесей в сырье первого сорта?

2.197. Сколько килограммов сухарей с влажностью 15% можно получить из 255 кг хлеба с влажностью 45%?

2.198. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с содержанием 75% воды?

2.199. Свежие грибы содержат по массе 90% воды, а сухие – 20%. Сколько надо собрать свежих грибов, чтобы из них получить 4,5 кг сухих грибов?

2.200. Свежие грибы содержат по весу 90% воды, а сухие – 12% воды. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

2.201. Кусок сплава меди и цинка массой 36 кг содержит 45% меди. Какую массу меди следует добавить к этому куску, чтобы получить сплав, содержащий 60% меди?

2.202. В 2 литра 10-процентного раствора уксусной кислоты добавили 8 л чистой воды. Определите процентное содержание уксусной кислоты в полученном растворе.

2.203. Имеется 200 г сплава, содержащего золото и серебро. Золото составляет 40% сплава. Сколько граммов серебра надо добавить к этому сплаву, чтобы новый сплав содержал 80% серебра?

2.204. В 4 кг сплава меди и олова содержится 40% олова. Сколько кг олова надо добавить к этому сплаву, чтобы его процентное содержание в новом сплаве стало равно 70%?

2.205. К 40% раствору серной кислоты добавили 50 г чистой серной кислоты, после чего концентрация раствора стала равна 60%. Найдите первоначальный вес раствора.

2.206. В 5 кг сплава олова и цинка содержится 80% цинка. Сколько кг олова надо добавить к сплаву, чтобы процентное содержание цинка стало вдвое меньше?

2.207. К 5 кг сплава олова и цинка добавили 4 кг олова. Найдите процентное содержание цинка в первоначальном сплаве, если в новом сплаве цинка стало в 2 раза меньше, чем олова.

2.208. Морская вода содержит 5% соли по массе. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы она содержала 1,5% по массе?

2.209. Собрали 100 кг грибов. Оказалось, что их влажность 99%. Когда их подсушили, то влажность снизилась до 98%. Какой стала масса этих грибов после того, как их подсушили?

2.210. Из 10 кг свежих фруктов получают 3,5 кг сушёных фруктов, содержащих 20% воды. Каково процентное содержание воды в свежих фруктах?

2.211. Собрали 42 кг свежих грибов, содержащих по массе 95% воды. Когда их подсушили, они стали весить 3 кг. Каков процент содержания воды по массе в сухих грибах?

2.212. В результате очистки сырья количество примесей в нём уменьшается с 20% в исходном сырье до 4% в очищенном. Сколько надо взять исходного сырья для получения 100 кг очищенного сырья?

2.213. Только что добытый каменный уголь содержит 2 кг воды, а после двухнедельного пребывания на воздухе он содержит 20% воды. На сколько кг увеличилась масса добытой тонны угля после того, как он две недели полежал на воздухе?

2.214. Виноград содержит 91% влаги, а изюм – 7%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 21 килограмма изюма?

2.215. Какое количество 8%-го раствора соли надо взять, чтобы его можно было развести чистой водой до получения 100 г 3%-го раствора соли?

2.216. Морская вода содержит 5% соли. Сколько килограммов воды надо выпарить из 80 кг морской воды, чтобы концентрация соли в ней увеличилась до 20%?

2.217. Сколько воды надо выпарить из 350 г 42%-го раствора соли, чтобы получить 60%-ый раствор?

Исторические задачи. (Задачник Е.С. Березанской, 1953 год.)

2.218. Гигантскими шагами идёт в СССР промышленное развитие республик. Если сравнить продукцию, которую дали заводы и фабрики в 1937 г., с продукцией 1913 г., то окажется, что:

РСФСР произвела больше в 7,8 раза
Украина……в 6,9 раза
Белоруссия…….. в 15,9 раза
Азербайджан……в 5,4 раза
Грузия ……..в 18,6 раза
Армения ……...в 12 раз
Туркменистан более чем….в 7 раз
Узбекистан ……...в 4,4 раза
Казахстан …… в 11,8 раза,

а республики, в которых до революции промышленность находилась на очень низком уровне, увеличили производство ещё более:

Киргизия……в 95 раз
Таджикистан……..в 116 раз

Выразить в процентах продукцию, произведённую каждой из республик в 1937 г., по отношении к продукции 1913 г.

2.219. За досрочное выполнение пахоты правление колхоза постановило премировать бригаду в размере 20% от числа выработанных трудодней. Сколько трудодней надо прибавить колхознику, который выработал по наряду 17,2 трудодня?

2.220. Колхоз засеял овсом 47 га, что составляет 37,6% всего участка, намеченного под овёс. Определить размеры этого участка.

2.221. $\frac{2}{5}$ вражеских танков, участвовавших в бою, было уничтожено нашей штурмовой авиацией; 42 танка было уничтожено нашей противотанковой артиллерией; 22,5% вражеских танков было повреждено связками гранат; остальные 18 вражеских танков повернули обратно. Определить: сколько вражеских танков было выведено из строя в этом бою? Какой процент составляют танки, уничтоженные нашей штурмовой авиацией? противотанковой артиллерией? связками гранат?

2.222. В 1940 г. съём стали с 1 кв. м площади мартеновских печей составлял 4,37 т, а в 1950 г. он увеличился до 4,60 т с 1 кв. м. На сколько процентов (с точностью до 1%) повысился съём стали с 1 кв. м за указанное время?

2.223. По плану четвёртой сталинской пятилетки было намечено довести число киноустановок в 1950 г. до 46700 против 28000 в 1940 г. На сколько процентов должно было увеличиться число киноустановок у нас в стране за 10 лет?

2.224. Один забойщик шахты вырубил за смену 26,25 т угля, выполнив 175% нормы. Сколько тонн угля вырубил второй забойщик, выполнивший 182% той же нормы?

2.225. Алексей Стаханов во время вахты вырубил за смену отбойным молотком 321 т угля при норме того времени в 14 т. На сколько процентов перевыполнил норму Алексей Стаханов во время этой вахты (вычислить с точностью до 1%)?

2.226. Колхоз застраховал от градобития свои посевы, оценив их в 119850 руб. Сколько заплатили за страхование, если страховая премия составила 1,1% оценки имущества?

2.227. Военные специалисты считали, что продвижение вперёд с боями на 15 км в сутки является пределом. Войска Советской Армии показали невиданно стремительный темп наступления, проходя летом 1944 г. с боями по 25 км в сутки. На сколько процентов были превзойдены Советской Армией нормы, считавшиеся предельными?

2.228. Завод перешёл с 7-часового рабочего дня на 8-часовой. На сколько процентов повысился выпуск продукции при той же производительности труда?

2.229. Проходчик каменноугольной шахты – стахановец – выполнил за одну смену $27\frac{1}{2}$ нормы. Вычислить: а) сколько процентов нормы дал проходчик-стахановец; б) на сколько процентов он перевыполнил норму?

2.230. Батарея выпустила 560 снарядов, из которых 42 снаряда дали недолёты, а 35 снарядов – перелёты. Сколько процентов составляют снаряды, попавшие в цель? давшие недолёты? перелёты? (Показать на круговой диаграмме?)

2.231. При анализе куска угля весом в 7 г обнаружили, что он содержит 5,2 г углерода, 0,5 г водорода, 0,42 г кислорода, 0,28 г азота, остальное составляет зола. Определить процентное содержание указанных веществ в угле.

2.232. Один забойщик шахты вырубил за смену 26,25 т угля, выполнив 175% нормы. Сколько тонн угля вырубил второй забойщик, выполнивший 182% той же нормы?

Управдом Остап Бендер собирал с жильцов деньги на установку новых квартирных номеров. Адам Козлевич из 105-й квартиры поинтересовался, почему у них во втором подъезде надо собрать денег на 40% больше, чем в первом, хотя квартир там и тут поровну. Не растерявшись, Остап объяснил, что за двузначные номера приходиться платить вдвое, а за трёхзначные – втрое больше, чем за однозначные. Сколько квартир в подъезде?

Глава 3. Пропорция.

Отношение.

Пример 1. Длина железной дороги360 км. Электрифицировано 270 км этой железной дороги.

А) Какая часть железной дороги электрифицирована? Нам надо узнать, какую часть составляет 270 км от 360 км. Как мы хорошо знаем, чтобы найти, какую часть составляет одно число от другого, надо **поделить** первое число на второе. Заметим, что действие деления удобно записывать в виде дробной черты. Имеем: $270:360=\frac{270}{360}=\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$. Таким образом, электрифицировано $3/4$ железной дороги. Переведём эту дробь в десятичную дробь, а десятичную дробь – в проценты: $\frac{3}{4}=0,75=75\%$. Поэтому можно дать такой ответ: электрифицировано 75% железной дороги.

Б) Во сколько раз электрифицированная часть больше неэлектрифицированной части? Неэлектрифицированная часть дороги равна 90 км. Нам надо узнать, во сколько раз электрифицированная часть больше неэлектрифицированной части, надо **поделить** 270 на 90: $270:90=3$. Итак, электрифицированная часть больше неэлектрифицированной части в 3 раза.

В) Во сколько раз вся дорога больше своей электрифицированной части? Для ответа на этот вопрос нам надо **поделить** 360 км на 270 км. Как обычно, действие деления мы запишем как дробную черту. Имеем: $360:270=\frac{360}{270}=\frac{36}{27}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$, то есть вся дорога в $1\,1/3$ раза длиннее своей электрифицированной части.

Ответы на все вопросы из примера 1 мы нашли с помощью действия деления. **Частное двух чисел и называют отношением этих чисел. Таким образом, отношение показывает, во сколько раз одно число больше другого или же какую часть первое число составляет от второго.**

Пример 2. Частное двух чисел «заслужило» отдельного названия и отдельной главы в учебнике потому, что иногда отношение двух чисел более важно, несёт больше информации, чем разность этих чисел. Рассмотрим такой жизненный пример. Пусть зарплата человека увеличилась на 5000 рублей. Как оценить – много это или мало? Если раньше зарплата была 10000 рублей, то новая зарплата в $15000:10000=1,5$ раза больше старой. Переведём это отношение в проценты: $1,5=150\%$, то есть зарплата увеличилась на 50%. Можно сказать, что такая прибавка является существенной. Если же первоначальная зарплата была 100000 рублей, то новая зарплата всего в $105000:100000=1,05$ раза больше старой. Переведём это отношение в проценты: $1,05=105\%$, то есть зарплата увеличилась всего на 5%, и такую прибавку можно считать незначительной. Итак, ответ на вопрос, является ли прибавка к зарплате значительной или нет, зависит не от величины самой прибавки, а от **отношения** новой зарплаты к старой.

Отношение числа a к числу b мы будем обозначать $a:b$ или $\frac{a}{b}$.

3.1. Автомобиль проехал 75 км из 300 км. Найдите следующие отношения и объясните, что они показывают.

А) $75:300$ Б) $225:300$ В) $225:75$ Г) $300:75$

3.2. Туристический маршрут состоит из двух частей: 12 км пешком и 36 км по реке. Найдите следующие отношения и объясните, что они показывают.

А) $36:12$ Б) $12:48$ В) $48:12$ Г) $36:48$ Д) $48:36$

3.3. Сплав массой 0,5 кг состоит из трёх металлов: 200 г меди, 250 г олова и 50 г цинка. Найдите следующие отношения и объясните, что они показывают.

А) $200:500$ Б) $0,25:0,5$ В) $0,05:0,5$ Г) $200:50$ Д) $250:200$

Е) $450:50$ Ё) $300:200$ Ж) $500:50$ З) $500:0,2$ И) $0,5:250$

3.4. Сколько в Вашем классе мальчиков и сколько девочек? Составьте отношения, которые показывают: А) какую часть класса составляют девочки; Б) какую часть класса составляют мальчики; В) во сколько раз мальчиков больше, чем девочек. Выразите эти отношения в процентах.

3.5. Сплав состоит из 125 г золота и 375 г серебра. Составьте по этому условию всевозможные отношения и объясните, что они означают.

3.6. В 900 г воды растворили 100 г соли. Составьте по этому условию всевозможные отношения и объясните, что они означают.

3.7. Что можно сказать про два числа, если А) их отношение больше единицы? Б) их отношение меньше единицы? В) их отношение равно единице?

3.8. Выразите следующие отношения в процентах. Что показывают все эти отношения?

А) $4:5$ Б) $\frac{9}{25}$ В) $15:3$ Г) $77:28$ Д) $1,6:5\frac{1}{3}$ Е) $\frac{6,3}{70}$

3.9. Найдите отношения:

А) 3 дм : 2 см	Б) 3 м : 5 см	В) 1,2 км : 3 м	Г) 1 см : 1 мм
Д) 1 см : 1 дм	Е) 4 кг : 250 г	Ё) 750 г : 3,6 кг	Ж) 0,5 кг : 20 г
З) 9 кг 500 г : 5 ц	И) 1 $см^2$: 1 $мм^2$	Й) 1 $дм^2$: 1 $м^2$	К) 7 а : 25 $м^2$
Л) 3 $м^2$: 12 $дм^2$	М) 1 а : 1 га	Н) 3 га 50 а : 14000 $м^2$	О) 1 га : 2500 $м^2$
П) 8 дм : 3,2 м	Р) 0,3 км : 500 м	С) 12 ц : 4 т	Т) 0,034 ц : 20 кг
У) 2 ч 20 мин : 40 мин	Ф) 6 мин : 1 ч	Х) 4 $см^2$: 8 $мм^2$	Ц) 1 $м^3$: 1 $дм^3$
Ч) 1 $см^3$: 1 $м^3$	Ш) 4 $дм^3$: 250 $см^3$	Щ) 5 $мм^3$: 4 $дм^3$	Ъ) 3 $мм^3$: 2 $см^3$
Ы) 9 $дм^3$: 50 $см^3$	Ь) 4,5 га : 7,5 а	Э) 3,6 т : 400 кг	Ю) 20 мин : 15 с

(Историческая задача, Ленинградская олимпиада 1979 года) В классе каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка – с двумя мальчиками. При этом в классе 19 парт и 31 пионер. Сколько учеников в этом классе?

3.10. Найдите скорость, если известно время и расстояние. Ответ выразите в км/ч.

расстояние	время	скорость
48 км	5 ч	
30 км	180 мин	
2000 м	0,5 ч	
3000 м	40 мин	
100000 см	300 с	

3.11. Переведите скорость в км/ч.

А) 100 м/мин Б) 5 м/с В) 15 см/с Г) 150 м/мин Д) 5 дм/мин

Е) 60 м/мин Ё) 6 м/с Ж) 75 м/мин З) 25 дм/мин И) 5 мм/с

3.12. Переведите скорость в м/с.

А) 30 км/ч Б) 100 км/ч В) 36 км/ч Г) 120 м/мин Д) 0,04 км/с

Е) 36 км/ч Ё) 60 км/ч Ж) 5 км/ч З) 3 км/мин И) 120 км/ч

3.13. Пользуясь основным свойством дроби, восстановите пропуски, чтобы получить верные отношения:

А) $\frac{5}{7}=\frac{\quad}{21}=\frac{45}{\quad}=\frac{0,5}{\quad}=\frac{1}{\quad}$

Б) $\frac{10}{19}=\frac{\quad}{57}=\frac{20}{\quad}=\frac{1}{\quad}=\frac{\quad}{1,9}=\frac{5}{\quad}=\frac{\quad}{0,19}$

В) $\frac{2,3}{3,4}=\frac{23}{\quad}=\frac{\quad}{0,34}=\frac{230}{\quad}=\frac{11,5}{\quad}=\frac{4,6}{\quad}$

Г) $\frac{160}{180}=\frac{16}{\quad}=\frac{\quad}{90}=\frac{40}{\quad}=\frac{1,6}{\quad}=\frac{\quad}{9}=\frac{\quad}{4,5}=\frac{1}{\quad}$

Д) $\frac{1}{1,2}=\frac{5}{\quad}=\frac{\quad}{12}=\frac{\quad}{2,4}=\frac{\quad}{0,12}=\frac{7}{\quad}=\frac{2,5}{\quad}$

Е) $\frac{1}{0,05}=\frac{\quad}{1}=\frac{10}{\quad}=\frac{\quad}{0,1}=\frac{57}{\quad}=\frac{\quad}{0,001}$

3.14. Расстояние между двумя городами автомобиль прошёл за 3 ч. В первый час он прошёл четверть всего расстояния, во второй – треть всего расстояния. Во сколько раз расстояние, пройденное в третий час, больше расстояния, пройденного во второй час? Какую часть расстояние, пройденное в первый час, составляет от расстояния, пройденного в третий час?

3.15. Автобус в первый час прошёл 30 км, во второй – 24 км, а в третий – 42 км. Какую часть всего пути прошёл автобус в каждый час? Какую часть пути, оставшуюся после первого часа движения, прошёл автобус во второй час и какую – в третий?

3.16. В сплаве весом в 108 кг содержится 18 кг меди, 63 кг олова и 27 кг сурьмы. Определить отношение веса меди, олова и сурьмы к весу всего сплава.

3.17. Кусок латуни содержит 3,78 кг меди и 2,52 кг цинка. Найти отношение веса меди к весу цинка. Найдите процентное содержание каждого металла в сплаве.

В пакете имеются конфеты. Если раздать их ребятам по 5 конфет каждому, то двоим не хватит конфет. Если раздать по 4 конфеты каждому, то в пакете останется 17 конфет. Сколько конфет в пакете?

3.18. Крутизной участка дороги называется отношение высоты подъёма дороги h к горизонтальной протяжённости этого участка: $\frac{h}{a}$. Крутизна дороги обычно выражается в процентах, которые записываются на специальном дорожном знаке. А) Чему равна крутизна участка дороги, если его горизонтальная протяжённость составляет 1,2 км, а высота спуска равна 30 м? Б) Какова высота спуска, если на дорожном знаке, предупреждающем о спуске, указано 20%, а его горизонтальная протяжённость равна 400 м?

Пропорция.

Рассмотрим отношения $12:4$ и $15:5$. Эти отношения равны, так как значения соответствующих частных равны 3. Следовательно, мы можем записать **равенство отношений**: $12:4=15:5$. Как мы хорошо знаем, дробная черта обозначает деление, поэтому можно также использовать другую запись: $\frac{12}{4}=\frac{15}{5}$. **Равенство двух отношений и называется пропорцией.** С помощью букв пропорцию записывают следующим образом: $a:b=c:d$ или $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Эти записи читаются так: «отношение a к b равно отношению c к d» или «a так относится к b как c относится к d». Введём также удобную терминологию: в пропорции $a:b=c:d$ $(\frac{a}{b}=\frac{c}{d})$ числа a и d называются крайними членами, и числа b и c средними членами. Поскольку на нуль делить нельзя, то во всех дальнейших рассуждениях мы считаем, что числа a, b, c и d не равны нулю.

3.19. Записать в виде пропорции следующие предложения:
А) 8 относится к 16, как 2 относится к 4;
Б) 72 во столько раз больше 12, во сколько раз 54 больше 9;
В) число 13 составляет такую же часть от 65, какую число 19 составляет от 95;
Г) 36 во столько же раз больше 20, во сколько раз 9 больше 5;
Д) отношение 8 к 3 равно отношению 40 к 15.

3.20. Можно ли составить пропорции из следующих отношений:

А) $12:4$ и $27:9$ Б) $10:2$ и $15:5$ В) $15:18$ и $10:12$

Г) $\frac{1}{5}:2$ и $0,4:2$ Д) $1\frac{2}{3}:1\frac{1}{3}$ и $1\frac{1}{2}:1\frac{1}{5}$ Е) $\frac{3}{4}:\frac{3}{2}$ и $\frac{5}{8}:\frac{5}{2}$

3.21. Составьте, если возможно, пропорцию из четырёх данных чисел:

А) 2; 5; 20; 8 Б) 18; 4; 24; 3 В) 4,5; 6; 9; 12 Г) $\frac{1}{7}$; 0,2; $\frac{5}{7}$; 1

3.22. Выберите из данных отношений те, из которых можно составить пропорцию. Запишите полученные пропорции.

А) $5:15$ Б) $\frac{2}{9}:\frac{2}{27}$ В) $3:1,2$ Г) $0,2:3$ Д) $\frac{1}{3}:3$

Е) $4,2:21$ Ё) $1,2:4$ Ж) $0,1:0,4$ З) $3\frac{1}{3}:50$ И) $1,5:0,05$

3.23. Останется ли верна пропорция, если оба члена первого отношения умножить на 5, а оба члена второго отношения поделить на 7? Объясните ответ.

Основное свойство пропорции.

Рассмотрим пропорцию $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Если обе части верного равенства умножить на одно и то же число, то равенство, очевидно, останется верным. Умножим обе части пропорции на произведение $b\cdot d$:

$$\frac{a}{\cancel{b}}\cdot\cancel{b}\cdot d=\frac{c}{\cancel{d}}\cdot b\cdot\cancel{d}$$

$$ad=bc$$

Таким образом, **в пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов.** Обратно: пусть нам дано равенство $ad=bc$. Если обе части верного равенства поделить на одно и то же число, то равенство, очевидно, останется верным. Поделим обе части этого равенства на $b\cdot d$. Деление сразу запишем в виде дробной черты:

$$\frac{a\cdot\cancel{d}}{b\cdot\cancel{d}}=\frac{\cancel{b}\cdot c}{\cancel{b}\cdot d}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

Итак, из пропорции $a:b=c:d$ следует равенство $ad=bc$, и наоборот: из равенства $ad=bc$ следует пропорция $a:b=c:d$. На научном математическом языке это обозначают так:

$$a:b=c:d \;\Leftrightarrow\; ad=bc$$

Это свойство называется основным свойством пропорции и формулируется следующим образом:

> **равенство $a:b=c:d$ является пропорцией тогда и только тогда, когда произведение крайних членов равно произведению средних членов, то есть $ad=bc$.**

3.24. Проверьте двумя способами – по определению пропорции и с помощью основного свойства пропорции – является ли равенство пропорцией. Какой из способов проверки удобно применять в каждом из случаев?

А) $9:12=18:2$ Б) $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$ В) $0,5:\frac{1}{30}=6:0,4$ Г) $\frac{8}{2,4}=\frac{5}{1,5}$

Д) $4:1\frac{1}{5}=5:1,5$ Е) $\frac{9}{10}=\frac{0,9}{0,01}$ Ё) $7:14=2\frac{1}{3}:4\frac{2}{3}$ Ж) $\frac{3}{2,5}=\frac{4}{3\frac{1}{3}}$

З) $14:7=25:12,5$ И) $28:7=20:4$ Й) $75:15=120:60$ К) $\frac{4,2}{3}=\frac{2,6}{2}$

Л) $\frac{5}{6}:\frac{1}{3}=2,5:1$ М) $\frac{7}{15}:\frac{1}{15}=\frac{6}{7}:\frac{1}{7}$ Н) $8:6=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ О) $\frac{5,7}{11}=\frac{12,54}{24,2}$

Рассмотрим пропорцию $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Как мы доказали, по основному свойству пропорции, $ad=bc$. Из этого равенства можно получить и другие пропорции. А именно, поделим обе части данного равенства на $a\cdot b$. Деление, как обычно, сразу запишем в виде дробной черты. Имеем:

$$\frac{\cancel{a}\cdot d}{\cancel{a}\cdot b}=\frac{\cancel{b}\cdot c}{a\cdot\cancel{b}}$$

$$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$$

Сравним эту пропорцию с исходной: мы видим, что в пропорции крайние члены поменялись местами, и при этом пропорция осталась верной. Аналогично можно доказать, что в пропорции можно поменять местами и средние члены. Доказательство этого факта мы оставляем просвещённому читателю. Сформулируем это свойство пропорции:

в пропорции можно поменять местами средние и/или крайние члены, при этом пропорция останется верной.

3.25. Просвещённый читатель! Докажите, что в пропорции можно поменять местами средние члены.

3.26. Составьте, если возможно, пропорцию из четырёх данных чисел.

А) 9; 3; 21; 7 Б) 15; 14; 8; 75 В) 100; 80; 4; 5 Г) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $1\frac{3}{4}$; $1\frac{5}{16}$

Д) 1,5; 5; 2; $\frac{3}{5}$ Е) $0{,}125$; 5; 0,2; 8 Ё) $\frac{2}{3}$; 12,4; 15; 0,3 Ж) $0{,}48$; 3; 2,4; 0,06

3.27. Из следующих равных произведений составьте пропорции (из каждого произведения – четыре пропорции):

А) $3\cdot 24=8\cdot 9$ Б) $5\cdot 12=3\cdot 20$ В) $2\cdot 5=0{,}5\cdot 20$

Г) $3{,}8\cdot 2=16\cdot 0{,}1$ Д) $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}=\frac{5}{12}\cdot\frac{9}{25}$ Е) $19\cdot 3=22{,}8\cdot 2{,}5$

3.28. Найдите к трём данным числам четвёртые числа так, чтобы можно было составить пропорцию. Для каждого примера найдите по 3 таких числа.

А) 20; 5; 7 Б) 10; 16; 3 В) $7\frac{1}{2}$; $25\frac{1}{2}$; 6

Из 9 монет одна фальшивая – более лёгкая, чем настоящие. Двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь найдите её. Решите эту же задачу за наименьшее число взвешиваний для 27 монет, для 81 монеты, для 2011 монет.

Среди 12 монет имеется одна фальшивая. Найдите её за три взвешивания на весах с двумя чашками без гирь, если неизвестно, легче она или тяжелее остальных.

Даны два числа: 145 и 10. Сколько раз надо к обоим числам по 5, чтобы первое число стало в 4 раза больше второго. Какие числа получатся в результате произведённых действий?

3.29. Найдите неизвестный член пропорции:

А) $\frac{5}{8}=\frac{15}{a}$ Б) $\frac{b}{7}=\frac{5}{3}$ В) $2:c=5:7$ Г) $0,3:2=d:8$

Д) $k:0,5=4:11$ Е) $9:2=n:5$ Ё) $\frac{1}{3}:4=x:6$ Ж) $0,8:y=2:\frac{3}{4}$

З) $\frac{a}{12}=\frac{5}{6}$ И) $\frac{81}{b}=\frac{9}{4}$ Й) $\frac{2,5}{4}=\frac{7,5}{x}$ К) $\frac{3}{8}=\frac{d}{6,4}$

Л) $k:25=4:5$ М) $1,5:2=n:8$ Н) $7:x=2:3$ О) $0,3:4=9:y$

П) $\frac{a}{8}=\frac{9}{4}$ Р) $5:b=15:12$ С) $\frac{7}{3,6}=\frac{c}{1,44}$ Т) $\frac{7}{3}=\frac{z}{9}$

У) $\frac{a}{1,8}=\frac{5}{3}$ Ф) $\frac{2,5}{3\frac{1}{3}}=\frac{c}{0,4}$ Х) $x:\frac{2}{7}=48,3:0,7$ Ц) $\frac{1,8}{6,8}=\frac{0,042}{x}$

Ч) $x:1=2:7$ Ш) $x:9=7:14$ Щ) $x:300=54:40$ Ъ) $100:x=300:480$

Ы) $2\frac{2}{3}:0,03=1\frac{7}{9}:x$ Ь) $12:x=0,4:1,8$ Э) $5:3,6=1:x$ Ю) $7:1\frac{3}{4}=3,6:x$

Я) $0,25:1,4=0,75:x$ W) $\frac{x}{7}=12:17$ Z) $3,5:x=0,8:2,4$ Q) $\frac{x}{75}=\frac{7}{3}$

3.30. Найдите неизвестный член пропорции:

А) $y:51,6=11,2:34,4$ Б) $\frac{67,8}{a}=\frac{7,62}{6,35}$ В) $b:\frac{25}{6}=\frac{4}{7}:\frac{20}{21}$

Г) $5\frac{3}{5}:3\frac{1}{2}=5\frac{1}{4}:x$ Д) $\frac{12,3}{6}=\frac{x}{4,2}$ Е) $y:3\frac{1}{5}=4\frac{1}{2}:2\frac{1}{4}$

Ё) $x:5=16:0,8$ Ж) $0,2:x=\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$ З) $2\frac{2}{3}:0,24=1\frac{7}{9}:x$

И) $4\frac{1}{2}:3\frac{1}{4}=36:x$ Й) $3:7,5=x:6\frac{1}{4}$ К) $2\frac{1}{4}:x=1:39$

Л) $\frac{0,35}{x}=\frac{0,106}{0,18}$ М) $\frac{x}{1,8}=\frac{2,7}{0,09}$ Н) $\frac{8,75}{3\frac{3}{4}}=\frac{x}{0,75}$

О) $0,5:a=2:13$ П) $2,04:x=2,72:0,8$ Р) $0,0112:x=0,204:0,51$

С) $2\frac{1}{3}:4\frac{1}{2}=1\frac{1}{9}:k$ Т) $m:3\frac{2}{3}=1\frac{1}{11}:8\frac{1}{2}$ У) $y:\frac{4}{5}=3\frac{1}{8}:1\frac{1}{4}$

Ф) $z:\frac{3}{14}=3\frac{1}{9}:\frac{4}{9}$ Х) $4,5:x=4:28$ Ц) $x:9=2\frac{1}{3}:5\frac{1}{4}$

Ч) $1,25:0,4=1,35:x$ Ш) $4,5:x=1,26:0,42$ Щ) $x:6,3=20:45$

Ъ) $3,9:x=0,91:0,14$ Ы) $3\frac{9}{14}:2\frac{1}{7}=x:1,5$ Ь) $2\frac{8}{15}:3\frac{4}{5}=1,5:x$

Э) $3\frac{2}{5}:x=6\frac{4}{5}:1\frac{1}{3}$ Ю) $7\frac{1}{3}:2\frac{1}{2}=3\frac{2}{3}:y$ Я) $4\frac{2}{5}:x=8\frac{4}{5}:2\frac{1}{2}$

3.31. Найдите неизвестный член пропорции:

А) $6\frac{1}{2}:3\frac{3}{4}=3\frac{1}{4}:y$

Б) $5,4:a=1,8:6,8$

В) $b:\frac{6}{7}=5\frac{4}{9}:4\frac{2}{3}$

Г) $\frac{720}{91,2}=\frac{c}{0,513}$

Д) $4,2:7\frac{5}{7}=3\frac{1}{9}:d$

Е) $2,4:k=3,6:1\frac{2}{3}$

Ё) $19,25:x=56:3,2$

Ж) $n:1\frac{1}{8}=6,4:0,45$

З) $2,1:27=2\frac{1}{3}:p$

И) $y:0,8=30:2,5$

Й) $x:250=5,08:12,5$

К) $1,32:3\frac{1}{7}=y:\frac{25}{42}$

Л) $3\frac{3}{14}:a=\frac{5}{14}:0,8$

М) $4,8:1\frac{7}{9}=b:5\frac{5}{9}$

Н) $3,8:c=2:2\frac{2}{19}$

О) $d:3\frac{1}{3}=0,84:\frac{7}{15}$

П) $x:4\frac{1}{6}=0,4:0,15$

Р) $\frac{8}{9}:y=\frac{1}{7}:3,6$

С) $\frac{1,25}{0,06}=\frac{z}{2,4}$

Т) $7:8=x:96$

У) $y:1\frac{5}{31}=7\frac{3}{4}:\frac{1}{3}$

Ф) $2,04:x=2,72:0,8$

Х) $x:3,2=4,5:2,25$

Ц) $\frac{3,6}{x}=\frac{7,8}{6,5}$

Ч) $\frac{x}{2,4}=\frac{8,5}{6,8}$

Ш) $1\frac{2}{7}:5\frac{1}{7}=\frac{2}{3}:x$

Щ) $x:\frac{6}{7}=1\frac{1}{6}:3\frac{1}{2}$

3.32. Найдите неизвестный член пропорции:

А) $\frac{x}{1,7}=\frac{3,5\cdot 6,3}{5,1\cdot 0,21}$

Б) $\frac{1,9}{x}=\frac{0,38\cdot 8,5}{5,1\cdot 3,2}$

В) $\frac{0,36}{x\cdot 3,3}=\frac{4,8}{0,44}$

Г) $\frac{1,9\cdot 0,85}{2,5\cdot 0,08}=\frac{0,38\cdot 3,4}{x}$

Д) $\frac{x\cdot 1,2}{1,6}=\frac{0,42}{5,6}$

Е) $\frac{0,74\cdot 4,5}{0,03\cdot 7,5}=\frac{3,7\cdot 2,4}{x}$

Ё) $\frac{1,9}{x}=\frac{0,38\cdot 8,5}{5,1\cdot 3,2}$

Ж) $\frac{x}{1,3}=\frac{1,5\cdot 0,45}{0,26\cdot 7,5}$

З) $\frac{3,4\cdot 3\frac{3}{17}}{3,6}=\frac{0,33}{x}$

И) $\frac{1,6\cdot 1,7}{x\cdot 2,9}=\frac{0,051}{0,87}$

Й) $\frac{3,2\cdot 6,4\cdot 5,7}{2,7}=\frac{0,8\cdot 1,6\cdot 1,9}{1,8\cdot x}$

К) $\frac{x}{1\frac{10}{11}}=\frac{4\frac{1}{3}\cdot 1\frac{7}{8}}{2\frac{5}{22}\cdot 4\frac{1}{6}}$

Л) $\frac{0,54}{99,63:12,3}=\frac{x}{10,26:0,57}$

М) $\frac{34,77:6,1}{x}=\frac{7,6}{1,04:1,3}$

Н) $\frac{1,884:0,157}{9,039:6,9}=\frac{x}{13,1}$

О) $\frac{1,8\cdot 1,5-2,69}{x}=\frac{0,1}{7\frac{4}{7}-3\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{4}}$

П) $\frac{x}{0,391:1,7-0,03}=\frac{6\frac{7}{9}\cdot 1\frac{2}{61}-1\frac{8}{13}\cdot 3\frac{5}{7}}{5}$

Р) $\frac{1\frac{17}{18}}{x}=\frac{7\frac{7}{9}:3\frac{1}{3}-1\frac{10}{27}}{3\frac{5}{7}}$

С) $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}}{x}=\frac{1,69}{3,9}$

Т) $\frac{0,54}{99,63:12,3}=\frac{x}{10,26:0,57}$

3.33. Найдите такие значения x и y, чтобы обе пропорции были верны:

А) $\frac{x}{y}=\frac{3}{8}$ и $\frac{y}{25}=\frac{6,4}{5}$

Б) $x:1\frac{2}{3}=y:3\frac{1}{3}$ и $y:1,5=0,2:0,75$

Масштаб.

Частным (но важным) примером отношения является масштаб. В реальной жизни для практических целей человек часто пользуется географическими картами и чертежами, на которых все расстояния оказываются в уменьшенном или увеличенном виде. Но самая главная особенность географических карт и чертежей состоит в следующем: длины всех отрезков уменьшаются или увеличиваются в одно и то же число раз. Таким образом, отношение длины отрезка на изображении к его настоящей длине для любого отрезка является одним и тем же и выражается некоторым числом. Это число и называется масштабом изображения.

Определение. Отношение длины отрезка на изображении к его настоящей длине называется **масштабом изображения**.

По этому определению масштаб – это число, частное, которое получается при делении расстояния на карте на соответствующее реальное расстояние. То есть, если расстояние в 1 км изображается отрезком в 1 см, то масштаб равен $1\ см : 100000\ см = 0,00001$. (Мы помним: можно составлять отношения величин только тогда, когда величины имеют одинаковую размерность! Поэтому здесь мы переводим 1 км в сантиметры!) Однако чаще всего масштаб записывают именно в виде отношения: $1:100000$, причём первым членом отношения является число 1. Такая запись показывает, что при изображении любое расстояние уменьшается в 100000 раз. Соответственно, чтобы найти некоторое расстояние, нужно соответствующее расстояние на карте умножить на 100000.

Хотя чаще всего масштаб задаётся отношениями вида $1:x$, можно рассматривать и другие масштабы. Например, рассмотрим масштаб $3:50000$. Такой масштаб означает, что отрезок длины 3 см обозначает на карте расстояние 50000 см, то есть 500 м. Найдём, какое расстояние обозначает отрезок длины 5,7 см. Обозначим это неизвестное расстояние x см. По определению масштаба отношение длины отрезка на изображении к его настоящей длине одно и то же для любого отрезка. Таким образом, мы имеем равенство отношений, то есть можем составить пропорцию и решить её по основному свойству:

$$3:50000 = 5,7:x$$

$$3 \cdot x = 5,7 \cdot 50000$$

$$x = 95000$$

Итак, настоящее расстояние равно 95000 см, то есть 950 м.

Отметим, что на географических картах масштаб всегда меньше единицы, так как реальные расстояния, конечно же, больше изображённых. А вот в технических чертежах масштаб может быть больше единицы, если необходимо, например, в увеличенном размере изобразить какие-либо мелкие детали. Например, масштаб 10:1 означает, что длина каждого отрезка при изображении увеличивается в 10 раз.

3.34. Ответьте на вопросы:

А) Объясните, что значит, что масштаб плана местности равен 1:400?

Б) Объясните, что значит, что масштаб карты равен 1:500000?

В) Объясните, что значит, что масштаб чертежа 3:1?

Г) Чему равен масштаб чертежа, если детали на нём увеличены в 20 раз?

Д) Чему равен масштаб географической карты, если все расстояния на ней уменьшены в 100 раз?

3.35. Заполните таблицу.

расстояние на изображении	настоящее расстояние	масштаб изображения	расстояние на изображении	настоящее расстояние
1 см	10 км		57 мм	
1 см	100 км		57 мм	
1 мм	1 км		57 мм	
1 мм	5 м		57 мм	
1 дм	3 км		57 мм	
1 м	10000 км		57 мм	
3 см	4 км		57 мм	
20 см	1 см			57 мм
15 см	1 мм			57 мм
57 см	1 см			57 мм
2 дм	50 км		57 мм	

3.36. Масштаб карты равен 1 : 1000000. Вычислите расстояния на местности, если известно, что соответствующее расстояние на карте равно

А) 1 см Б) 0,6 см В) 1,8 дм Г) 35 мм Д) 48 дм

3.37. Длина Москвы-реки примерно равна 470 км. Чему равна её длина на карте, масштаб которой равен 1 : 5000000?

3.38. Масштаб карты равен 5 : 700. Чему равно расстояние, изображённое на карте отрезком длины 55 мм? Расстояние между двумя пунктами равно 4 км 900 м. Найдите длину отрезка, соединяющего эти пункты на карте.

3.39. Масштаб карты равен 7 : 500000. Чему равно расстояние, изображённое на карте отрезком длины 8,4 мм? Расстояние между двумя пунктами на местности равно 15 км. Найдите длину отрезка, соединяющего эти пункты на карте.

Зайцы распилили несколько брёвен. Всего они сделали 10 распилов и получили 16 чурбачков. Сколько было брёвен?

3.40. Практическая работа. Возьмите карту мира. Определите масштаб этой карты. Пользуясь этой картой, заполните таблицу.

города	расстояние на карте	настоящее расстояние
Москва – Вологда		
Москва – Нижний Новгород		
Москва – Санкт-Петербург		
Москва – Тель-Авив		
Москва – Нью-Йорк		
Москва – Лондон		
Москва – Берлин		
Санкт-Петербург – Вологда		
Москва – Петрозаводск		
Москва – Киев		
Москва – Магадан		
Москва – Анадырь		
Москва – Таллинн		

3.41. Определите масштаб изображения.

расстояние на карте	расстояние на местности	масштаб
2 см	200 км	
15 мм	25 км	
3,9 см	975 м	
4 мм	5 км	
7 мм	21 м	
4 см	80 км	
17 мм	85 км	
15 см	3000 км	
18 мм	810 км	

3.42. *Историческая задача.* Бойцы получили задание продвинуться на новый рубеж за $1\frac{1}{2}$ часа. На плане, выполненном в масштабе $\frac{1}{25000}$, расстояние, которое им нужно пройти, изображено отрезком в 16 см. Скорость движения бойцов 4,8 км в час. Успеют ли бойцы перейти на новый рубеж за $1\frac{1}{2}$ часа? Через сколько времени (в минутах) они будут на расстоянии 300 м от нового рубежа?

Прямая и обратная пропорциональные зависимости.

Определение. **Две величины называются ПРЯМО пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной их них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.**

Пример 3. Автомобиль на 56,8 км пути затратил 4,26 л бензина. Сколько литров бензина потребуется ему, чтобы проехать 160 км?

Решение.

Пусть x л – искомый расход бензина. Расход бензина (при постоянном расходе на 1 км), очевидно, прямо пропорционален пройденному пути. В самом деле, во сколько раз увеличивается расстояние, во столько же раз должен увеличиться и расход бензина. На вопрос «Во сколько раз увеличилось расстояние?» отвечает отношение $\frac{160}{56,8}$. На вопрос «Во сколько раз увеличился расход бензина?» отвечает отношение $\frac{x}{4,26}$. Поскольку рассматриваемые величины прямо пропорциональны, то полученные отношения равны. Таким образом, мы можем составить пропорцию и решить её по основному свойству пропорции. Схематично решение изображают следующим образом:

расстояние — расход бензина

56,8 км ——— 4,26 л

160 км ——— x л

$$\frac{160}{56,8}=\frac{x}{4,26}$$

$$56,8\cdot x=4,26\cdot 160$$

$$x=\frac{4,26\cdot 160}{56,8}$$

$$x=12$$

Ответ: потребуется 12 л бензина.

На примере решения этой задачи мы видим, что:

если две величины прямо пропорциональны, то отношения соответствующих значений этих величин равны.

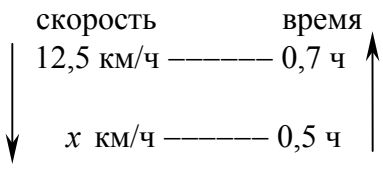
Определение. **Две величины называются ОБРАТНО пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной их них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.**

Пример 4. На путь от одного посёлка до другого велосипедист, двигаясь со скоростью 12,5 км/ч, затратил 0,7 ч. С какой скоростью он должен был ехать, чтобы преодолеть этот путь за 0,5 ч?

Решение.

Пусть x км/ч – искомая скорость велосипедиста. Время движения при постоянном пути обратно пропорционально скорости движения. В самом деле, во сколько раз увеличится скорость, во столько же раз уменьшится время. На вопрос «Во сколько раз увеличится скорость?» отвечает отношение $\frac{x}{12,5}$. На вопрос «Во сколько же раз уменьшится время?» отвечает отношение $\frac{0,7}{0,5}$.

Поскольку рассматриваемые величины обратно пропорциональны, то полученные отношения равны. Таким образом, мы можем составить пропорцию и решить её по основному свойству пропорции. Схематично решение изображают следующим образом:



$$\frac{x}{12,5}=\frac{0,7}{0,5}$$

$$12,5\cdot 0,7 = x\cdot 0,5$$

$$x=\frac{12,5\cdot 0,7}{0,5}$$

$$x=17,5$$

Ответ: велосипедист должен ехать со скоростью 17,5 км/ч.

На примере решения этой задачи мы видим, что:

> **если величины обратно пропорциональны, то отношение значений одной величины равно обратному отношению соответствующих значений другой величины.**

И ещё одно важное замечание:

> **не любые две величины являются прямо или обратно пропорциональными, существуют и другие виды зависимости между величинами.**

3.43. Определите, является ли прямо пропорциональной, обратно пропорциональной или не является пропорциональной зависимость между величинами:

А) путём, пройденным автомашиной с постоянной скоростью, и временем её движения;

Б) стоимостью товара, купленного по одной цене, и его количеством;

В) площадью квадрата и длиной его стороны;

Г) массой стального бруска и его объёмом;

Д) числом рабочих, выполняющих с одинаковой производительностью труда некоторую работу, и временем выполнения этой работы;

Е) стоимостью товара и его количеством, купленным на определённую сумму денег;

Ё) возрастом человека и размером его обуви;

Ж) объёмом куба и длиной его ребра;

З) периметром квадрата и длиной его стороны;

И) дробью и её знаменателем, если числитель не изменяется;

Й) дробью и её числителем, если знаменатель не изменяется;

К) длиной и шириной прямоугольника фиксированной площади;

Л) скоростью поезда и временем, необходимым поезду для пробега данного расстояния

Следующие задачи решите, составив пропорцию. Самое главное при решении каждой задачи – определить, какая зависимость имеет место между величинами: прямая или обратная пропорциональность.

3.44. Стальной шарик объёмом 6 $см^3$ имеет массу 46,8 г. Какова масса шарика из той же стали, если его объём 2,5 $см^3$.

3.45. Из 21 кг хлопкового семени получили 5,1 кг масла. Сколько масла получится из 7 кг хлопкового семени?

3.46. Для строительства стадиона 5 бульдозеров расчистили площадку за 210 минут. За какое время 7 бульдозеров расчистили бы эту же площадку?

3.47. Для перевозки груза потребовалось 24 машины грузоподъёмностью 7,5 т. Сколько нужно машин грузоподъёмностью 4,5 т, чтобы перевести тот же груз?

3.48. За 8 месяцев рабочий выполнил 96% годового плана. Сколько процентов годового плана выполнит рабочий за 12 месяцев, если будет работать с той же производительностью?

3.49. За три дня было убрано 16,5% всей пшеницы. Сколько потребуется дней, чтобы убрать 60,5% всей пшеницы, если работать с той же производительностью?

3.50. В железной руде на 7 частей железа приходится 3 части примесей. Сколько тонн примесей в руде, которая содержит 73,5 т железа?

Можно ли в таблице из 3 строчек и 5 столбцов расставить числа так, чтобы сумма чисел в каждой строчке была равна 7, а в каждом столбце сумма была равна 5? Объясните свой ответ.

3.51. Трое маляров могут закончить работу за 5 дней. Для ускорения работы добавили ещё двух маляров. За какое время они закончат работу, если все маляры работают с одинаковой производительностью?

3.52. Бетонная плита объёмом 2,5 $м^3$ имеет массу 4,75 т. Каков объём плиты из такого же бетона, если её масса равна 6,65 т?

3.53. Для изготовления 6 приборов необходимо 14 кг металла. Сколько металла необходимо для изготовления 15 таких приборов?

3.54. 9 одинаковых ящиков весят 24 кг. Сколько весят 39 таких ящиков?

3.55. На участке дороги бетонные плиты длиной 6 м заменили новыми длиной 8 м. Сколько нужно новых плит для замены 240 старых?

3.56. За 4 ч в резервуар поступило 87,6 л воды. Какое количество воды поступит в резервуар за 9 ч?

3.57. За 5 ч плот проплыл по реке 12,5 км. Какое расстояние он проплывёт за 12 ч?

3.58. 8 однотипных деталей весят 18 кг. Сколько весят 28 таких же деталей?

3.59. За 3 ч велосипедист проехал 43,5 км. Какое расстояние он проедет за 8 ч, двигаясь с той же скоростью?

3.60. В 400 кг сплава содержится 176 кг меди
А) Сколько меди содержится в 325 кг сплава?
Б) Найдите вес сплава, если в нём содержится 0,308 т меди?

3.61. Из 600 кг макулатуры получили 156 кг бумаги.
А) Сколько бумаги получат из 825 кг макулатуры?
Б) Сколько макулатуры необходимо, чтобы получить 91 кг бумаги?

3.62. На пошивку 12 костюмов употребили 49,8 м сукна. Сколько таких же костюмов выйдет из 74,7 м того же сукна?

3.63. На токарном станке за 3,5 часа нарезано 56 болтов. Сколько болтов нарежут на том же станке за 12 часов?

3.64. Если пароход будет проходить по 20 км в час, то сделает рейс за $9\frac{1}{5}$ часа. Сколько времени потратит он на этот рейс, если будет проходить по 18,4 км в час?

3.65. Для окраски 15 кв. м пола израсходовано 1,5 кг охры. Сколько охры потребуется для окраски пола в комнате, размеры которой 6,3 м на 4,5 м?

3.66. Самолёт пролетел расстояние между двумя городами за 3 часа, делая по 540 км в час. Сколько времени он летел обратно, если вследствие неблагоприятной погоды он делал на обратном пути лишь 450 км в час?

3.67. 41,4 г льда занимают объём в 46 куб. см. Определить объём куска этого льда весом 18,9 г.

В таблицу 3 на 3 можно записывать как угодно числа 0, 1 или 2. Можно ли расставить эти числа так, чтобы все суммы по строчкам, по столбцам и по двум главным диагоналям были бы различны? Объясните свой ответ.

3.68. Трактор, идя со скоростью 4,9 км в час, прошёл всё расстояние за $5\frac{1}{2}$ час. Сколько времени потребуется трактору, чтобы пройти то же расстояние, если скорость его увеличить до 7,7 км в час?

3.69. Чтобы выпечь 300 кг хлеба, израсходовано 217,5 кг муки. Сколько пойдёт муки для получения 800 кг того же хлеба?

3.70. Заготовлен уголь на 45 дней при ежедневном расходе его по 640 кг. На сколько дней хватит того же угля при ежедневном расходе по 720 кг?

3.71. 14 куб. дм железа весят 109,2 кг. Сколько килограммов весит кусок железа, имеющий объёму 25 куб. дм?

3.72. 15 лесорубов вырубили участок леса за 46 дней. За сколько дней могли бы вырубить тот же участок 23 лесоруба при той же производительности труда?

3.73. Водопроводный бак ёмкостью 38,4 куб. м наполняется водой за $2\frac{1}{4}$ ч. За сколько времени наполнится другой бак вместимостью 12,8 куб. м при такой же скорости подачи воды?

3.74. Для перевозки груза необходим 41 вагон грузоподъёмностью в 16,5 т. Сколько потребуется вагонов грузоподъёмностью 20,5 т для перевозки того же груза?

3.75. Насос подаёт 72 куб. м воды за 4 часа 12 мин. Во сколько времени он может подать 2140 куб. м воды?

3.76. Если для паркета взять прямоугольные плитки длиной 6,3 дм и шириной 4,0 дм, то понадобится 460 плиток. Сколько квадратных плиток пойдёт для того же паркета, если взять плитки размером 0,01 кв. м?

3.77. Маятник стенных часов делает 198 качаний за 3,3 мин. Сколько качаний он сделает за 3 мин. 12 сек.?

3.78. Два шкива связаны ременной передачей. Окружность одного шкива равна 528 см, другого 225 см. Первый шкив делает 60 оборотов в 1 мин. Сколько оборотов в 1 мин. делает второй шкив?

3.79. Шкив диаметром в 720 мм, делающий 143 оборота в 1 мин., соединён ремённой передачей с другим шкивом, делающим 396 оборотов в 1 мин. Найдите диаметр второго шкива?

3.80. Диаметр ведущего шкива равен 300 мм, а его скорость вращения составляет 400 оборотов в 1 мин. Найдите скорость вращения ведомого шкива, если его диаметр равен 100 мм.

3.81. Зубчатое колесо имеет 75 зубцов и делает 92 оборота в 1 мин. Сколько оборотов в 1 мин. сделает колесо с 5 зубцами, сцеплённое с первым?

3.82. Из 7,9 ведра молока получили 3,2 кг сливочного масла. Сколько нужно взять молока, чтобы приготовить 16 кг масла?

В стране Карабабасии живут карабасы и барабасы. Каждый карабас дружит с шестью карабасами и девятью барабасами. Каждый барабас дружит с десятью карабасами и семью барабасами. Кого в этой стране больше – карабасов или барабасов?

3.83. Для обивки пола требуется 39 м линолеума шириной 0,9 м, но на складе линолеума такой ширины не оказалось, и предложили взять линолеум на 0,25 уже. Сколько метров узкого линолеума потребуется для обивки данного пола?

3.84. В течение 2 час. 15 мин часы отстают на 1,5 сек. Во сколько времени они отстанут на $1\frac{1}{3}$ сек.?

3.85. Для погрузки нефти нужно было 30 цистерн ёмкостью в 16,5 т каждая. Но на железной дороге оказались только большие цистерны ёмкостью в 24,75 т каждая. Сколько больших цистерн нужно взять для погрузки этой же нефти?

3.86. Из 0,3 т свежих яблок получилось 57 кг сушёных. Сколько можно получить сушёных яблок из 9,1 т свежих?

3.87. Поезд проходит расстояние между двумя городами за 20 часов при средней скорости 35 км в час. Сколько времени потребуется поезду, чтобы пройти то же расстояние, если его скорость увеличится на 15 км в час?

3.88. Из 100 кг ржи получили 90 кг муки. Сколько ржи надо заготовить, чтобы при тех же условиях получить 675 кг муки?

3.89. Для отопления дома приготовлено топливо на 66 дней при норме расхода 700 кг на 1 день. На сколько дней хватило бы того же топлива при ежедневном расходе в 525 кг?

3.90. $11\frac{1}{4}$ м телеграфной проволоки весят 1 кг. Сколько килограммов такой проволоки нужно взять для проведения телеграфной линии длиной в 1,5 км?

3.91. 16 каменщиков вымостили улицу за 21 день. Сколько каменщиков нужно, чтобы вымостить ту же улицу за 14 дней (при той же производительности)?

3.92. Груз весом в 4 кг привешен к плечу рычага, длина которого 35 см. Сколько весит гиря, которая уравновешивает этот груз и привешена к другому плечу рычага, длина которого 14 см?

3.93. Груз весом в 4,5 кг уравновешивается на рычаге гирей в 3,6 кг. Какой длины короткое плечо рычага, если длинное плечо равно 1,02 м?

3.94. Спортсмен, пробежав по кругу стадиона 20 раз, преодолевает 9 км. Сколько километров он преодолеет, пробежав 14 кругов?

3.95. Автомобиль, двигаясь со скоростью 80 км/ч, проехал расстояние между двумя городами за 4 ч 30 мин. С какой скоростью ему надо ехать, чтобы пройти обратный путь за 4 ч?

3.96. Машинистка печатает со скоростью 180 знаков в минуту. Она может набрать некоторую рукопись за 8 ч. За сколько времени наберёт эту же рукопись машинистка, печатающая со скоростью 200 знаков в минуту?

3.97. Принтер распечатывает 27 страниц за 4,5 мин. За сколько времени он распечатает 300 страниц?

В конференции участвовали 19 учёных. После конференции каждый из них отправил либо 2, либо 4 письма участникам этой конференции. В результате каждый участник конференции получил по 3 письма. Докажите, что в работе почты произошла ошибка!

3.98. Маленькое колесо повозки, имеющее окружность 2,4 м, обернулось на некотором расстоянии 1250 раз. Сколько раз обернулось на этом расстоянии большое колесо, имеющее окружность 3 м?

3.99. Автомобиль проехал 310 км, истратив 25 л бензина. Какое расстояние может проехать автомобиль на полном баке, вмещающем 40 л, если условия движения останутся прежними?

3.100. На одной из сцепляющихся шестерёнок 32 зубца, а на другой – 40. Сколько оборотов сделает вторая шестерёнка, в то время как первая сделает 215 оборотов?

3.101. Если некоторое число умножить на $9\frac{1}{3}$, то получится 3,5. Что получится, если умножить это же число на 0,8?

3.102. Если некоторое число разделить на $2\frac{1}{7}$, то получится 28. На сколько надо разделить это же число, чтобы получить в частном 0,6?

3.103. Если 7,68 разделить на некоторое число, то получится 240. Какое частное получится, если разделить на тот же делитель число 1,44?

3.104. Самолёт, двигаясь со скоростью 720 км/ч, пролетел расстояние между двумя городами за 2,25 ч. На сколько ему надо увеличить скорость, чтобы сократить время перелёта на 15 мин?

3.105. Мотоциклист за 1,5 ч проехал 40% всего пути. Через сколько времени ему останется проехать треть всего пути, если скорость его не изменится?

3.106. Бригада из 8 рабочих выполняет производственное задание за 12 дней. А) За сколько дней бригада выполнит то же задание, если число рабочих в ней сократить до 6? Б) Сколько рабочих смогут выполнить задание за 8 дней, работая с той же производительностью?

3.107. За 14 дней 9 рабочих выполнили $\frac{7}{12}$ задания. Сколько рабочих необходимо нанять дополнительно, чтобы выполнить оставшуюся часть задания за 6 дней?

Сложная зависимость.

3.108. 5 насосов в течение 3 час. выкачали 1800 вёдер воды. Сколько воды выкачают 4 таких же насоса в продолжение 4 час.?

3.109. 3 маляра за 5 дней окрашивают 60 окон. За сколько дней 2 маляра покрасят 48 окон?

3.110. Для 5 лошадей на 30 дней запасли 9 ц овса. Сколько овса надо запасти для 12 лошадей на 18 дней, исходя из той же нормы?

3.111. Для 3 лошадей на 60 дней запасли 900 кг сена. Сколько сена надо запасти для 5 лошадей на 120 дней?

3.112. Бригада из 4 человек выложила за 6 ч стену из кирпичей высотой 4,8 м. За какое время могла бы выложить стену высотой 8 м бригада из 2 человек, работающих с той же производительностью?

3.113. Если барабан делает 60 оборотов в 1 мин., то на него навивается 240 м проволоки в течение 3 час. 20 мин. Во сколько времени на барабан навьётся 100 м проволоки, если он будет делать $41\frac{2}{3}$ оборота в 1 мин.?

3.114. На отопление 4 печей в течение 8,5 месяцев израсходовали 10,88 т каменного угля. Сколько печей можно отопить 9,6 т угля в течение 2,5 месяцев при том же расходе угля на одну печь?

3.115. На 4 керосинки, которые горели каждый день по 3,5 часа, в течение 30 дней израсходовано 36 л керосина. Во сколько дней будет израсходовано 28,8 л керосина, если каждый день будут гореть 5 таких же керосинок по 4 часа 30 мин. каждая?

3.116. За доставку 8,5 т груза на расстояние 17,5 км заплатили 2800 руб. Сколько тонн груза можно доставить на расстояние 20 км за 3200 руб. при тех же условиях оплаты?

3.117. Для возведения стены длиной 18 м, толщиной 0,8 м и высотой 2,1 м требуется 16800 кирпичей. Какой высоты стену можно возвести при длине её 15 м, толщине 0,6 м, имея 6000 таких же кирпичей?

3.118. Стальной прут длиной 2,4 м при ширине 10 мм и толщине 7 мм весит 1,32 кг. Сколько весит прут такой же стали длиной 4,8 м, шириной 25 мм и толщиной 14 мм?

3.119. В книге 156 страниц, на каждой странице 42 строки, в каждой 27 букв. На скольких страницах будет напечатана та же книга, если на странице будет 54 строки и в строке 36 букв?

3.120. За освещение помещения в течение 24 дней 9 лампочками, которые горели по 5 час. ежедневно, уплачено по счёту 216 рублей. В течение скольких дней можно освещать то же помещение за 168 рублей 6 такими же лампочками при 4 час. горения в сутки?

3.121. 3,2 куб. м сухого песку весят 4,8 т. Сколько весят 3,5 куб. м мокрого песку, если известно, что 3 куб. м мокрого песку весят столько же, сколько весят 4 куб. м сухого песку?

3.122. Деревянная балка в 4 м длины, 30 см ширины и 20 см толщины весит 144 кг. Сколько будет весить балка из другого дерева, 2 куб. см которого весят столько же, сколько 3 куб. см первого дерева, если её длина 5 м, ширина 40 см, толщина 30 см?

3.123. Отопление здания, имеющего 12 печей, в продолжении 7 месяцев осиновыми дровами обходится в 480 рублей. Сколько будет стоить отопление здания, имеющего 18 печей, в течение 8 месяцев берёзовыми дровами, если 7 куб. м берёзовых дров дают столько же тепла, сколько 12 куб. м осиновых дров, но 3 куб. м берёзовых дров стоят столько же, сколько 5 куб. м осиновых?

3.124. Сколько весит один лист латуни, имеющий размеры 200 см на 100 см на 0,15 см, если 16 листов латуни, имеющих размеры 1500 мм на 600 мм на 2,5 мм, весят 0,306 т?

3.125. Одна машинистка печатает страницу за 10 мин, а другая – за 8 мин. Они вместе начали печатать рукопись и вместе закончили работу. Первая машинистка отпечатала 25 страниц. Сколько страниц отпечатала вторая машинистка?

3.126. Одно и то же расстояние автомобиль проезжает за 3 ч, а грузовик – за 4 ч. Они одновременно выехали из двух городов навстречу друг другу. Автомобиль проехал до встречи 120 км. Какое расстояние проехал до встречи грузовик?

На клетчатой бумаге отмечены четыре узла сетки, образующие квадрат 4×4. Отметьте еще два узла и соедините их замкнутой ломаной так, чтобы получился шестиугольник (не обязательно выпуклый) площади 6 клеток.

Пропорции и проценты.

Задачи на проценты, которые мы и так отлично умеем решать, переводя проценты в десятичные дроби, можно решать и с помощью пропорций. Этот метод, конечно, менее прогрессивный, но из абстрактной любви к истине мы его тоже освоим. Рассмотрим несколько примеров.

Пример 5. Найдите 15% от числа 28.

Решение.

В данной задаче число 28 мы принимаем за целое, то есть за 100%. Нам надо найти часть от целого, а именно 15%. Нетрудно понять, что часть от целого прямо пропорциональна числу процентов, которым эта часть выражается. В самом деле, во сколько раз мы увеличим число процентов, соответствующих некоторой части целого, во столько же раз увеличится и часть от целого. Таким образом, любая задача на проценты – это задача на прямую пропорциональность! Обозначим искомые 15% от целого за x. Далее имеем:

часть от целого — число процентов

28 ——— 100%

x ——— $15\ \%$

$$\frac{28}{x}=\frac{100}{15}$$

$$28\cdot 15=100\cdot x$$

$$x=\frac{28\cdot 15}{100}$$

$$x=4,2$$

Ответ: 4,2.

Ещё раз подчеркнём:

любая задача на проценты – это задача на прямую пропорциональность.

В любой задаче на проценты целое – известное или неизвестное – принимается за 100%.

Кузнечик прыгает по прямой. За один раз он прыгает на 15 см вправо или влево. Может ли он за 20 прыжков оказаться на расстоянии 121 см от исходного положения? А на расстоянии 120 см? А на расстоянии 105 см?

Двузначное число в 5 раз больше суммы своих цифр. Что это за число?

Следующие задачи на проценты решите с помощью пропорции.

3.127. Найдите:
А) 37,5% от 570 Б) 109% от 310 В) 0,6% от 40 Г) 550% от 36

3.128. Найдите целое, если:
А) 17% равны 5,1 Б) 12,4% равны 39,68 В) 0,09% равны 0,81
Г) 120% равны 78 Д) 557% равны 1392,5 Е) 13% равны 7,41

3.129. Найдите, сколько процентов составляет первое число от второго:
А) 36 от 180 Б) 44,2 от 170 В) 15,6 от 120 Г) 250 от 200
Д) 200 от 250 Е) 297 от 300 Ё) 172,7 от 110 Ж) 0,065 от 500

3.130. Найдите:
А) 12% от целого, если его 45% равны 40,5 Б) 41% от целого, если его 57% равны 19,95
В) 13,5% от целого, если его 120% равны 180 Г) 0,036% от целого, если его 0,15% равны 0,003
Д) 0,12% от целого, если 144% его равны 3600 Е) 155% от целого, если его 37,5% равны 22,5

3.131. Известно, что 18% от целого равны 14,4. Сколько процентов от этого же целого составляет число 45,6?

3.132. Известно, что 130% от целого равны 117. Сколько процентов от этого же целого составляет число 1,08?

3.133. Сколько серной кислоты в растворе массой 75 г, если концентрация раствора равна 12%?

3.134. В растворе массой 280 г содержится 56 г соли. Какова концентрация этого раствора?

3.135. Сплав содержит 16% олова. А) Сколько граммов олова содержится в 125 г сплава? Б) Сколько граммов сплава необходимо взять, чтобы он содержал 40 г олова?

3.136. Содержание соли в растворе составляет 32%. А) Сколько килограммов соли содержится в 75 кг раствора? Б) Сколько килограммов раствора необходимо взять, чтобы он содержал 12,8 кг соли?

3.137. После обогащения железной руды оказалось, что в 80 т железной руды содержится 76 т железа. Какой процент железа в обогащённой руде?

3.138. Вкладчик положил деньги в банк под 15% годовых и получил через год доход 81000 рублей. Какая сумма была положена в банк?

3.139. Завод должен был за месяц по плану выплавить 980 т стали. Но план выполнили на 115%. Сколько тонн стали выплавил завод?

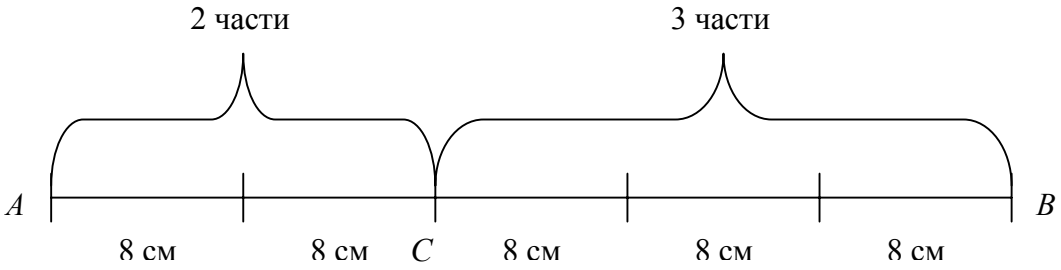
3.140. В семенах подсолнечника нового сорта содержится 49,5% масла. Сколько килограммов таких семян надо взять, чтобы в них содержалось 29,7 кг масла?

3.141. В 80 кг картофеля содержится 14 кг крахмала. Найдите процентное содержание крахмала в таком картофеле.

3.142. Для выполнения плана в срок цех должен задействовать 60% производственной мощности. Сколько процентов производственной мощности должен задействовать цех, чтобы к тому же сроку перевыполнить план на 10%?

Пропорциональное деление.

Пусть длина отрезка AB равна 40 см, а точка C лежит на отрезке и делит его на два отрезка $AC = 16\ см$ и $BC = 24\ см$. Найдём отношение этих отрезков: $AC : BC = 16 : 24$. Это отношение можно сократить на 8. Тогда $AC : BC = 16 : 24 = 2 : 3$. Когда мы сокращаем отношение, мы находим число, на которое делятся оба члена этого отношения. В данном случае – это 8 см. Отрезок 8 см (назовём его частью) «влезает» в отрезок AC 2 раза, в отрезок BC – 3 раза, а отрезок AB оказывается поделён на 5 таких частей. Итак, фактически мы выбираем новую единицу измерения отрезка AB. Мы выбираем такую единицу измерения, что в первом отрезке она укладывается 2 раза, во втором отрезке – 3 раза. В нашем случае новая единица измерения $1\ часть = 8\ см$. В таком случае говорят, что точка C делит отрезок AB в отношении 2 к 3. Другая формулировка: точка C делит отрезок AB пропорционально числам 2 и 3.



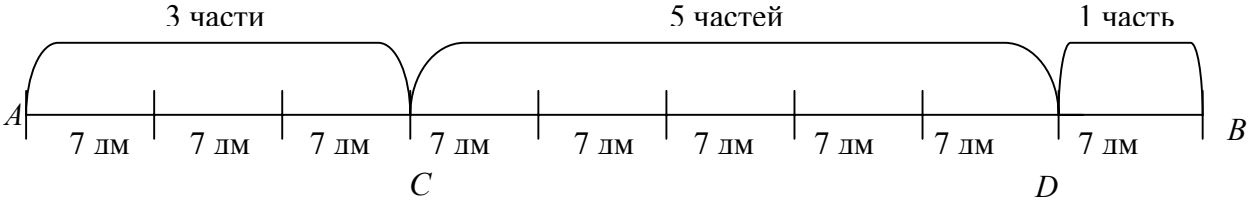
3.143. Точка C лежит на отрезке AB. Укажите: в каком отношении точка C делит отрезок AB; на сколько частей делится при этом отрезок AB; чему равна одна часть. Сделайте чертёж.

А) $AC = 8\ см$, $BC = 12\ см$ Б) $AC = 25\ дм$, $BC = 30\ дм$ В) $AC = BC = 57\ см$

Г) $AC = 38\ см$, $BC = 19\ см$ Д) $AC = 2{,}5\ см$, $BC = 12{,}5\ см$ Е) $AC = 9\ см$, $BC = 57\ см$

Ё) $AC = 7\ см$, $BC = 49\ см$ Ж) $AC = 7\ см$, $BC = 5\ см$ И) $AC = \frac{1}{3}\ см$, $BC = \frac{1}{7}\ см$

Рассмотрим следующий пример. Пусть точки C и D лежат на отрезке AB в указанном порядке, причём $AC = 21\ дм$, $CD = 35\ дм$, $DB = 7\ дм$. Запишем отношения отрезков: $AC : CD = 21 : 35$, $CD : DB = 35 : 7$. В таких случаях для краткости записывают «длинные» отношения: $AC : CD : DB = 21 : 35 : 7$. Подберём число, на которое можно поделить члены всех отношений. Нетрудно видеть, что это число 7 дм. Получаем отношения $AC : CD = 21 : 35 = 3 : 5$ и $CD : DB = 35 : 7 = 5 : 1$. «Длинное» отношение при этом запишется в виде $AC : CD : DB = 21 : 35 : 7 = 3 : 5 : 1$. Мы будем говорить, что отрезки AC, CD и BD относятся как числа 3, 5 и 1. В нашем случае это означает, что отрезок AC состоит из 3 частей длины 7 дм, отрезок CD – из 5 частей длины 7 дм, отрезок BD – из одной части длины 7 дм, а весь отрезок AB поделён на 9 одинаковых частей.



Ещё раз подчеркнём, что «длинные» отношения – это условные записи, которые заключают в себе несколько обычных отношений. Например, запись $a:b:c:d=2:3:5:7$ заключает в себе три отношения: $a:b=2:3$, $b:c=3:5$, $c:d=5:7$. То есть «длинное» отношение состоит из нескольких обычных отношений. Такие отношения нельзя понимать как запись деления нескольких чисел. **Зато «длинные» отношения можно преобразовывать как обычные отношения: по основному свойству дроби все члены такого отношения можно умножить или поделить на одно и то же число.** В самом деле, если мы умножим (поделим) на одно и то же число все члены «длинного» отношения, то тем самым мы умножим (поделим) на одно и то же число все члены обычных отношений. Тогда по основному свойству дроби все обычные отношения сохранятся, а значит, останется верным и «длинное» отношение.

3.144. Точки M, N, K, L лежат на одной прямой в указанном порядке. Составьте тройное отношение, которое показывает, в каком отношении точки N и K делят отрезок ML. Укажите, на сколько частей делится при этом отрезок ML и чему равна длина одной части. Сделайте чертёж.

А) $MN=8$ *см*, $NK=12$ *см*, $KL=16$ *см*

Б) $MN=13$ *дм*, $NK=39$ *дм*, $KL=65$ *дм*

В) $MN=15$ *см*, $NK=45$ *см*, $KL=15$ *см*

Г) $MN=1{,}8$ *м*, $NK=3{,}6$ *м*, $KL=9$ *м*

Д) $MN=33$ *см*, $NK=22$ *см*, $KL=22$ *см*

Е) $MN=\frac{1}{3}$ *см*, $NK=\frac{3}{4}$ *см*, $KL=\frac{1}{6}$ *см*

Ё) $MN=3$ *см*, $NK=6$ *см*, $KL=4$ *см*

Ж) $MN=10$ *см*, $NK=2$ *см*, $KL=5$ *см*

3.145. Точки A, B, C, D, E лежат на одной прямой в указанном порядке. Составьте отношение, которое показывает, в каком отношении точки B, C и D делят отрезок AE. Укажите, на сколько частей делится при этом отрезок AE и чему равна длина одной части. Сделайте чертёж.

А) $AB=8$ *см*, $BC=4$ *см*, $CD=12$ *см*, $DE=16$ *см*

Б) $AB=20$ *см*, $BC=25$ *см*, $CD=10$ *см*, $DE=20$ *см*

В) $AB=14$ *см*, $BC=14$ *см*, $CD=35$ *см*, $DE=14$ *см*

3.146. На отрезке AB взята точка C. Найдите отношения $AC:CB$, $AC:AB$ и $CB:AB$, если

А) $AC=5BC$

Б) $AC=12BC$

В) $AC=\frac{1}{13}BC$

Г) $AC=\frac{1}{8}BC$

Д) $AC=\frac{2}{3}BC$

Е) $AC=\frac{5}{7}BC$

Если у осьминога чётное число ног, он всегда говорит правду. Если нечётное, то он всегда лжёт. Однажды зелёный осьминог сказал тёмно-синему:

– У меня 8 ног. А у тебя только 6.

– Это у меня 8 ног, – обиделся тёмно-синий. – А у тебя всего 7.

– У тёмно-синего действительно 8 ног, – поддержал фиолетовый и похвастался: – А вот у меня целых 9!

– Ни у кого из вас не 8 ног, – вступил в разговор полосатый осьминог. – Только у меня 8 ног!

У кого из осьминогов было ровно 8 ног?

В предыдущих примерах мы определяли, в каком отношении разделён отрезок. В математике чаще всего встречается обратная задача: поделить отрезок в данном отношении. Рассмотрим несколько примеров.

Пример 6. Разделить число 57 в отношении $3:7$.

Решение.

Нам надо разделить число 57 на два числа a и b, причём эти числа должны относиться как 3 к 7, то есть $a:b=3:7$. Предыдущие задачи подсказывают нам, как это сделать: разделим 57 на $3+7=10$ одинаковых частей. Одна часть тогда будет равна $57:10=5,7$. Далее число a составим из 3 таких частей, а число b – из 7 таких частей. Тогда $a=3\cdot 5,7=17,1$, $b=7\cdot 5,7=39,9$. Убедимся, что числа a и b удовлетворяют условию задачи. В самом деле, каждое из этих чисел составлено из одинаковых частей – из числа 5,7. Поэтому отношение $a:b$ можно сократить на 5,7. Итак, $a:b=3:7$.

Ответ: 17,1 и 39,9.

Пример 7. Разделить число 75 в отношении $2:7:6$.

Решение. Нам необходимо разделить число 75 на числа a, b и c таким образом, чтобы выполнялось соотношение $a:b:c=2:7:6$. Разделим 75 на $2+7+6=15$ одинаковых частей. Одна часть будет равна $75:15=5$. Тогда число a составим из 2 таких частей, b – из 7 таких частей, c – из 6 таких частей. Имеем: $a=2\cdot 5=10$, $b=7\cdot 5=35$, $c=6\cdot 5=30$. Так как числа a, b и c составлены из одинаковых частей, то все члены «тройного» отношения $a:b:c$ можно разделить на 5. Итак, $a:b:c=2:7:6$.

Ответ: 10, 35 и 30.

3.147. Объясните, что значит, что число поделено в указанном отношении. Нарисуйте чертёж. Для каждого случая приведите пример.

А) $2:3$ Б) $1:2$ В) $1:1$ Г) $4:9$ Д) $1:2:5$

Е) $1:4:7$ Ё) $4:5:5$ Ж) $1:1:1$ З) $2:4:6:7$ И) $3:8:11:1:2$

3.148. Разделите указанное число в указанном отношении.

А) 36 в отношении $5:7$

Решение.

$a:b=5:7$

36 делим на $5+7=12$ частей

одна часть $36:12=3$

$a=5\cdot 3=15$, $b=7\cdot 3=21$

Ответ: 15 и 21.

Б) 35 в отношении 3 : 2 В) 24 в отношении 1 : 3 Г) 25 в отношении 4 : 1

Д) 26 в отношении 4 : 9 Е) 27 в отношении 2 : 7 Ё) 28 в отношении 11 : 3

Ж) 29 в отношении 1 : 1 З) 30 в отношении 7 : 8 И) 31 в отношении 1 : 4

Й) 32 в отношении 5 : 3 К) 33 в отношении 5 : 6 Л) 34 в отношении 2 : 10 : 5

М) 35 в отношении 1 : 1 : 3 Н) 36 в отношении 2 : 7 : 3 О) 37 в отношении 1 : 2

П) 38 в отношении 3 : 4 Р) 39 в отношении 2 : 17 С) 40 в отношении $1:2:3:4$

Т) 80 в отношении 3 : 4 : 3 : 2 : 8 У) $\frac{1}{2}$ в отношении 3 : 2 Ф) $1\frac{1}{3}$ в отношении 7 : 1

Х) 0,45 в отношении 1 : 4 : 4 Ц) 0,057 в отношении 3 : 2 : 5 Ч) 61 в отношении $1:1:5:7$

3.149. А) Разделите 900 на 2 такие части, чтобы одна была меньше другой в 5 раз. Б) Число 850 разделите на такие 3 части, чтобы первая была в 3, а вторая в 6 раз больше третьей. В) Разделите число 1815 на 3 части пропорционально числам 9, 11 и 13.

3.150. Число 4800 разделить на 2 части, находящиеся в отношении: А) 3 : 2; Б) 4 : 21; В) 7 : 13.

3.151. А) Число 120 представьте в виде суммы двух слагаемых, которые относятся как 2:3. Б) Число 240 представьте в виде суммы двух слагаемых, которые относятся как 5:7.

3.152. На отрезке AB, длина которого равна 70 см, взята точка M так, что $AM : MB = 3 : 11$. Найдите длины отрезков AM и MB.

3.153. На отрезке AB, длина которого равна 80 см, взята точка M так, что $AM : MB = 7 : 9$. Найдите длины отрезков AM и MB.

3.154. Отрезок AB разделен точкой T в отношении 8 : 7, считая от точки A. Найдите длину отрезка AT, если $AB = 6$ см.

3.155. Отрезок AB разделен точкой T в отношении 7 : 17, считая от точки A. Найдите длину отрезка AT, если $AB = 9$ см.

3.156. Отрезок длиной 1,6 см разделен точкой на части, длины которых относятся как 5 : 4. Найдите длину большей части.

3.157. Отрезок длиной 2,4 см разделен точкой на части, длины которых относятся как 2 : 7. Найдите длину меньшей части.

3.158. На отрезке MK взяты точки A и B так, что точка A лежит между точками M и B, причём $MA : AB : BK = 6 : 5 : 13$. Найдите MK, MA и AB, если $BK = 1,69$ м.

3.159. На отрезке MK взяты точки A и B так, что точка A лежит между точками M и B, причём $MA : AB : BK = 5 : 11 : 9$. Найдите MK, MA и AB, если $BK = 2,52$ м.

3.160. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D, причём $AC : CD : DB = 2 : 5 : 9$. Найдите AC, DB и AB, если $CD = 18$ см.

3.161. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D, причём $AC : CD : DB = 7 : 4 : 15$. Найдите AC, DB и AB, если $CD = 11$ см.

3.162. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D. Известно, что $AC : CD = 7 : 3$, $CD : DB = 5 : 6$. Найдите AC, DB и AB, если $CD = 19,5$ см.

3.163. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D. Известно, что $AC : CD = 5 : 4$, $CD : DB = 7 : 8$. Найдите AC, DB и AB, если $CD = 44,8$ см.

3.164. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D. Известно, что $AC : CD = 5 : 6$, $CD : DB = 4 : 7$. Найдите AB, BD и CD, если $AC = 70$ см.

3.165. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D. Известно, что $AC : CD = 3 : 7$, $CD : DB = 5 : 4$. Найдите AB, BD и CD, если $AC = 22,5$ см.

К числителю и знаменателю дроби $^{13}/_{19}$ прибавили некоторое число и получили дробь, равную $^{3}/_{4}$. Найдите это число.

3.166. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D. Известно, что $AC:CD=5:3$, $CD:DB=2:5$. Найдите AB, BD и CD, если $DB=21$ см.

3.167. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D. Известно, что $AC:CD=4:9$, $CD:DB=3:4$. Найдите AB, AC и CD, если $DB=60$ см.

3.168. Отрезок MN разделён точками K и T в отношении 1 : 2 : 3, причём самая маленькая из частей отрезка на 5 дм меньше самой большой. Какова длина всего отрезка?

3.169. Разделите отрезок длины x см в отношении $a:b$.

3.170. На отрезке AB взяты точки M и K так, что точка M лежит между точками A и K, причём $AM:MK:KB=2:7:3$. Найдите длины отрезков AM, MK и KB, если $AB=15$ см.

3.171. На отрезке AB взяты точки M и K так, что точка M лежит между точками A и K, причём $AM:MK:KB=5:2:8$. Найдите длины отрезков AM, MK и KB, если $AB=12$ см.

3.172. На отрезке AB взяты точки P и H так, что точка P лежит между точками A и H, причём $AP:PH:HB=1:3:4$. Найдите длины отрезков AM, MK и KB, если $AB=11$ см.

3.173. На отрезке AB взяты точки P и H так, что точка P лежит между точками A и H, причём $AP:PH:HB=5:1:2$. Найдите длины отрезков AM, MK и KB, если $AB=13$ см.

3.174. На отрезке AB взяты точки C и X так, что точка C лежит между точками A и X, причём $AC:CX:XB=9:1:4$. Найдите длины отрезков AC, CX и XB, если $AB=24$ см.

3.175. На отрезке AB взяты точки C и X так, что точка C лежит между точками A и X, причём $AC:CX:XB=6:5:1$. Найдите длины отрезков AC, CX и XB, если $AB=27$ см.

3.176. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D, причём $AC:CD:DB=3:5:11$. Найдите длины отрезков AC, CD, DB и AB, если CD короче DB на 7,2 см.

3.177. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D, причём $AC:CD:DB=2:7:13$. Найдите длины отрезков AC, CD, DB и AB, если CD длиннее AC на 3 см.

3.178. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D, причём $AC:CD:DB=1:5:3$. Найдите длины отрезков AC, CD, DB и AB, если CD длиннее AC на 10 см.

3.179. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D, причём $AC:CD:DB=2:9:1$. Найдите длины отрезков AC, CD, DB и AB, если CD длиннее AC на 21 см.

3.180. Из вершины развернутого угла проведен луч, который делит его на углы, градусные меры которых относятся как 1 : 4. Найдите эти углы.

3.181. Из вершины развернутого угла проведен луч, который делит его на углы, градусные меры которых относятся как 5 : 7. Найдите эти углы.

Цена входного билета в парк 150 рублей. Когда цену понизили, количество посетителей увеличилось на 50%, а выручка – на 25%. На сколько рублей была понижена цена билета?

3.182. Из вершины развернутого угла проведен луч, который делит его на углы, градусные меры которых относятся как 2 : 7. Найдите эти углы.

3.183. Из вершины развернутого угла проведен луч, который делит его на углы, градусные меры которых относятся как 1 : 9. Найдите эти углы.

3.184. Из вершины развернутого угла проведен луч, который делит его на углы, градусные меры которых относятся как 2 : 3. Найдите эти углы.

3.185. Из вершины развернутого угла проведен луч, который делит его на углы, градусные меры которых относятся как 1 : 8. Найдите эти углы.

3.186. Из вершины прямого угла проведен луч, который делит его в отношении 1 : 8. Найдите больший угол.

3.187. Из вершины прямого угла проведен луч, который делит его в отношении 7 : 2. Найдите больший угол.

3.188. Из вершины прямого угла проведен луч, который делит его в отношении 5 : 3. Найдите меньший угол.

3.189. Из вершины прямого угла проведен луч, который делит его в отношении 1 : 5. Найдите больший угол.

3.190. Из вершины угла $\angle ABC$, градусная мера которого равна 120º, проведен луч BK так, что $\angle ABK : \angle KBC = 2:3$. Найдите углы $\angle ABK$ и $\angle KBC$.

3.191. Из вершины угла $\angle ABC$, градусная мера которого равна 150º, проведен луч BK так, что $\angle ABK : \angle KBC = 1:5$. Найдите углы $\angle ABK$ и $\angle KBC$.

3.192. Из вершины угла $\angle ABC$, градусная мера которого равна 100º, проведен луч BM так, что $\angle ABM : \angle MBC = 5:3$. Найдите углы $\angle ABM$ и $\angle MBC$.

3.193. Из вершины угла $\angle ABC$, градусная мера которого равна 160º, проведен луч BM так, что $\angle ABM : \angle MBC = 7:8$. Найдите углы $\angle ABM$ и $\angle MBC$.

3.194. Из вершины угла $\angle ABC$ проведен луч BL так, что $\angle ABL : \angle LBC = 7:5$. Найдите углы $\angle ABL$, $\angle LBC$ и $\angle ABC$, если угол $\angle ABL$ больше угла $\angle LBC$ на 12º.

3.195. Из вершины угла $\angle ABC$ проведен луч BL так, что $\angle ABL : \angle LBC = 6:11$. Найдите углы $\angle ABL$, $\angle LBC$ и $\angle ABC$, если угол $\angle LBC$ больше угла $\angle ABL$ на 15º.

3.196. Из вершины угла $\angle ABC$ проведен луч BD так, что $\angle ABD : \angle DBC = 5:2$. Найдите углы $\angle ABD$, $\angle DBC$ и $\angle ABC$, если угол $\angle ABD$ больше угла $\angle DBC$ на 27º.

3.197. Из вершины угла $\angle ABC$ проведен луч BD так, что $\angle ABD : \angle DBC = 3:8$. Найдите углы $\angle ABD$, $\angle DBC$ и $\angle ABC$, если угол $\angle ABD$ меньше угла $\angle DBC$ на 65º.

Найдите самое большое натуральное число, при делении которого на 123 частное и остаток получаются равными.

У Васи было 26 рублевых и пятирублевых монет на общую сумму 54 рубля. Сколько рублевых и сколько пятирублевых монет было у Васи?

3.198. Замените отношение дробных чисел отношением целых чисел. Полученное отношение сократите.

А) $\frac{3}{5}:\frac{4}{5}$ Б) $\frac{7}{13}:\frac{6}{13}$ В) $6,4:4,7$ Г) $\frac{1}{4}:\frac{3}{5}$ Д) $\frac{5}{6}:\frac{3}{4}$

Е) $\frac{7}{8}:\frac{5}{9}$ Ё) $1\frac{1}{2}:\frac{2}{3}$ Ж) $4:\frac{3}{5}$ З) $3\frac{4}{7}:1\frac{2}{3}$ И) $8,5:1,7$

Й) $0,75:0,15$ К) $3,6:0,12$ Л) $4\frac{1}{4}:2,5$ М) $1:0,008$ Н) $\frac{2}{3}:1\frac{4}{5}$

О) $2\frac{1}{3}:4,7$ П) $\frac{1}{4}:\frac{2}{3}:\frac{1}{2}$ Р) $0,48:0,6:0,32$ С) $7:\frac{4}{9}:\frac{1}{4}$ Т) $5:\frac{1}{5}:2\frac{1}{5}$

У) $\frac{1}{4}:\frac{3}{5}:2\frac{1}{2}$ Ф) $7:0,6:\frac{2}{3}$ Х) $2\frac{1}{2}:1,4:0,03$ Ц) $8:2\frac{2}{3}$ Ч) $\frac{8}{9}:\frac{4}{5}$

Ш) $7,2:0,16$ Щ) $9,75:0,025$ Ъ) $17\frac{1}{3}:5\frac{1}{5}$ Ы) $\frac{14}{25}:0,105$ Ь) $2:4:0,8$

Э) $0,2:0,4:0,5$ Ю) $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}:1$ Я) $\frac{1}{6}:0,2:\frac{2}{15}$ W) $\frac{7}{12}:2,5:\frac{1}{4}:\frac{5}{6}$ Z) $\frac{3}{4}:2:1,5$

При решении задач часто возникают дробные отношения. Как мы видим из предыдущего задания, любое отношение дробных чисел можно представить как отношение целых чисел. Однако для деления в пропорциональном отношении не обязательно преобразовывать отношение и представлять его как отношение целых чисел. Рассмотрим следующий пример.

Пример 8. Разделите число 427,5 в отношении $1,5:2,2:2$.

Решение. Нам надо разделить число 427,5 на три числа a, b и c так, что $a:b:c=1,5:2,2:2$. Для этого разделим 427,5 на $1,5+2,2+2=5,7$ частей. Одна часть будет равна $427,5:5,7=75$. Тогда на первое число приходиться 1,5 таких части, на второе – 2,2 части, на третье – 2 части, то есть $a=1,5\cdot 75=112,5$, $b=2,2\cdot 75=165$, $c=2\cdot 75=150$.

Отметим, что эту задачу можно было решать и по-другому. Преобразуем отношение, умножив все его члены на 10. Имеем: $1,5:2,2:2=15:22:20$. Итак, мы получили отношение, состоящее из целых чисел. Теперь нам надо разделить 427,5 на $15+22+20=57$ частей. Одна часть равна $427,5:57=7,5$. Число a состоит из 15 таких частей, число b – из 22, число c – из 20, то есть $a=15\cdot 7,5=112,5$, $b=22\cdot 7,5=165$, $c=20\cdot 7,5=150$.

Ответ: 112,5; 165 и 150.

Мать, дочь и сын израсходовали вместе некоторую сумму денег, причём мать и дочь израсходовали вместе 2000 рублей, дочь и сын вместе израсходовали 1500 рублей, а мать и сын вместе израсходовали 2200 рублей. Сколько денег израсходовал каждый из них по отдельности?

3.199. Разделите указанное число в указанном отношении.

А) 180 в отношении $2 : 2 : 0{,}8$

Б) 60 в отношении $5 : 7$

В) 15,4 в отношении $3 : 8$

Г) 210 в отношении $1 : 2 : 3$

Д) 0,32 в отношении $2 : 5 : 9$

Е) 39 в отношении $0{,}25 : 6{,}25$

Ё) 8,4 в отношении $\frac{5}{9} : 1\frac{2}{3}$

Ж) 216 в отношении $0{,}3 : \frac{3}{14}$

З) 330 в отношении $0{,}6 : 0{,}9 : 1{,}8$

И) $5\frac{2}{3}$ в отношении $\frac{3}{4} : 2 : 1{,}5$

Й) 250 в отношении $\frac{7}{12} : 2{,}5 : \frac{1}{4} : \frac{5}{6}$

К) 9,6 в отношении $0{,}2 : 0{,}4 : 0{,}6$

Л) 720 в отношении $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$

М) 100 в отношении $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} : \frac{5}{6}$

Н) 9150 в отношении $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{5}$

О) 88 в отношении $0{,}5 : 0{,}75 : 1{,}5$

П) 1200 в отношении $\frac{1}{12} : \frac{1}{9} : 2 : 3\frac{1}{4} : 5\frac{2}{3}$

Р) 2240 в отношении $0{,}75 : \frac{2}{9}$

С) 329 в отношении $0{,}2 : 0{,}5$

Т) 750 в отношении $1{,}3 : 1{,}2$

У) 25 в отношении $49 : 26$

Ф) 25 в отношении $17 : 28$

Х) 47 в отношении $3\frac{1}{2} : 4\frac{1}{3}$

Ц) 680 в отношении $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} : \frac{5}{6}$

Ч) 1510 в отношении $\frac{2}{3} : 0{,}7 : 1\frac{1}{2}$

Ш) 200 в отношении $2\frac{1}{6} : 3\frac{2}{3} : 1\frac{1}{2} : 1$

3.200. Разделите указанное число в указанном отношении.

А) 48 в отношении $19 : 5$

Б) 54 в отношении $22 : 5$

В) 123 в отношении $1 : 2$

Г) 125 в отношении $4 : 1 : 20$

Д) 256 в отношении $15 : 8 : 9$

Е) 450 в отношении $1 : 7 : 7$

Ё) 4,6 в отношении $12 : 2 : 9$

Ж) 176 в отношении $2 : 11 : 3 : 4$

З) 834 в отношении $2 : 7 : 6$

И) 54 в отношении $1 : 1{,}5 : 5{,}5$

Й) 77 в отношении $2{,}3 : 3{,}4 : 1{,}3$

К) 2345 в отношении $12 : 13$

Перевезено 16 посылок одного веса и 64 меньшего веса, причём все посылки вместе весили 480 кг. В другой раз перевезли 15 таких же больших посылок и 72 более лёгких, всего весом 510 кг. Сколько весит каждая посылка?

Произведение четырёх последовательных натуральных чисел равно 3024. Что это за числа?

В реальной жизни тоже возникают задачи на пропорциональное деление. Например, рассмотрим задачу о распределении мест в парламенте.

Пример 9. В парламентских выборах республики Исландия участвовали три партии, за которые голосовали соответственно 44,5, 32,3 и 23,2 процентов избирателей. В парламенте республики 150 мест. Сколько депутатских мест займёт каждая партия?

Решение.

Для решения задачи надо разделить число 150 в отношении $a:b:c=44,5:32,3:23,2$. Обозначим одну часть за x. Тогда всего число 150 надо поделить на $44,5+32,3+23,2=100$ частей, то есть $100x=150$, $x=1,5$. Тогда

$$a=44,5x=44,5\cdot 1,5=66,75,\ b=32,3x=32,3\cdot 1,5=48,45,\ c=23,2x=23,2\cdot 1,5=34,8$$

Однако по здравому смыслу число мест для каждой партии должно быть целым. Поэтому округлим полученные результаты до целых и положим: $a=67$, $b=48$, $c=35$. Проверим: $67+48+35=150$.

Ответ: первая партия займёт 67 мест в парламенте, вторая – 48 мест, третья – 35 мест.

3.201. Два бизнесмена организовали совместный бизнес и вложили в него 3 млн. рублей и 5 млн. рублей соответственно. Через некоторое время они получили прибыль в размере 12 млн. рублей. Как они должны разделить эту прибыль?

3.202. Сплав состоит из золота и меди: вес меди относится к весу золота, как 5:6. Определить вес золота в сплаве, зная, что вес меди в нём равен 75 г.

3.203. В состав воды по весу входят 2 части водорода и 16 частей кислорода. Сколько по весу кислорода и водорода находится в 5,4 л воды? 1 л воды весит 1 кг.

3.204. Для приготовления фарфора берут 25 частей белой глины, 2 части песку и 1 часть гипса. Сколько каждого из этих материалов нужно взять для приготовления 700 г смеси, из которой изготовляется фарфор?

3.205. Сплав состоит из меди олова и сурьмы, взятых в отношении 1 : 2 : 2. Сколько нужно взять каждого из этих веществ, чтобы получить 198 кг сплава?

3.206. За компьютерный набор рукописи два оператора получили 3500 руб. Один из них набрал 105 страниц, а другой – остальные 35. Какую сумму денег должен получить за эту работу каждый оператор?

3.207. *Историческая задача.* В три ящика было положено 10,5 руб. Сколько денег было положено в каждый из ящиков, если в первом было столько двугривенных, сколько во втором гривенников и сколько в третьем пятачков?

3.208. Периметр треугольника равен 150 м. Чему равны длины его сторон, если их отношение равно $3:3:4$?

У продавца на рынке есть 4 гири, которыми можно отмерить на чашечных весах любое целое число килограммов от 1 до 40 (гири можно класть на обе чашки весов). Найдите массы этих гирь.

3.209. Длины сторон треугольника пропорциональны числам 4, 5 и 8. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 68 см.

3.210. Сплав состоит из олова и меди, взятых в отношении 2 : 3. Найдите процентное содержание каждого из металлов в этом сплаве.

3.211. Сплав состоит из меди и цинка, взятых в отношении 7 : 3. Найдите процентное содержание каждого из металлов в этом сплаве.

3.212. Сплав состоит из золота и серебра, взятых в отношении 2 : 23. Найдите процентное содержание каждого из металлов в этом сплаве.

3.213. Сплав состоит из меди, цинка и олова, взятых в отношении $3:19:18$. Найдите процентное содержание каждого из металлов в этом сплаве.

3.214. Для приготовления раствора берут серную кислоту и воду в пропорции 1 : 19. Найдите процентное содержание каждого из веществ в этом растворе.

3.215. Число однокомнатных, двухкомнатных и трёхкомнатных квартир в доме относится как 2 : 3 : 5. А) Чему равно отношение числа двухкомнатных квартир к числу всех квартир? Б) Сколько процентов всех квартир составляют однокомнатные квартиры?

3.216. На отрезке взята точка, которая делит его на части, длины которых относятся как 2:7. Найдите отношение длины большей части к длине всего отрезка.

3.217. На отрезке взята точка, которая делит его на части, длины которых относятся как 5:4. Найдите отношение длины большей части к длине всего отрезка.

3.218. На отрезке взята точка, которая делит его на части, длины которых относятся как 7:9. Найдите отношение длины меньшей части к длине всего отрезка.

3.219. На отрезке взята точка, которая делит его на части, длины которых относятся как 3:11. Найдите отношение длины меньшей части к длине всего отрезка.

3.220. На отрезке взята точка, которая делит его на части, длины которых относятся как 6:5. Найдите отношение длины большей части к длине всего отрезка.

3.221. На отрезке взята точка, которая делит его на части, длины которых относятся как 7:8. Найдите отношение длины большей части к длине всего отрезка.

3.222. На отрезке AB взята точка C. Найдите $AC:AB$ и $BC:AB$, если:

А) $AC:BC=4:9$ Б) $AC:BC=2:5$ В) $AC:BC=8:13$

Г) $AC:BC=6:11$ Д) $AC:BC=5:7$ Е) $AC:BC=15:17$

Что выражают эти отношения?

3.223. На отрезке AB взята точка C. Найдите $BC:AB$ и $AC:CB$, если:

А) $AC:AB=5:7$ Б) $AC:AB=5:13$ В) $AC:AB=7:11$

Г) $AC:AB=5:13$ Д) $AC:AB=8:15$ Е) $AC:AB=57:58$

Что выражают эти отношения?

По хорошей лыжне двое лыжников шли со скоростью 12 километров в час, расстояние между ними было равно 800 метров. Начался трудный участок, на котором скорость упала до 8 километров в час. Каким стало расстояние между лыжниками после того, как они оба вошли на этот участок?

3.224. Точка C лежит на отрезке AB, причём $AC:BC=12:13$. Выразите в процентах, какую часть отрезка AB составляют отрезки AC и BC.

3.225. Точка C лежит на отрезке AB, причём $AC:AB=m:n$. Найдите отношения $AC:BC$ и $BC:AB$.

3.226. Точка C лежит на отрезке AB, причём $AC:BC=m:n$. Найдите отношения $AC:AB$ и $BC:AB$.

3.227. Точки C и D лежат на отрезке AB, причём $AC:CD:BD=2:4:5$. Найдите отношения $AC:AB$, $CD:AB$, $BD:AB$, $AC:CD$, $AC:CB$, $AD:DB$. Что выражает каждое из этих отношений?

3.228. Точки C и D лежат на отрезке AB, причём $AC:CD:BD=9:8:3$. Найдите отношения $AC:AB$, $CD:AB$, $BD:AB$. В каком отношении точка C делит отрезок AB? В каком отношении точка D делит отрезок AB?

3.229. Точки C и D лежат на отрезке AB, причём $AC:CD:BD=21:14:5$. Выразите в процентах, какую часть отрезка AB составляют отрезки AC, CD и BD?

3.330. Найдите отношение $a:b:c$.

А) $a:b=1:2$, $b:c=3:4$

Б) $a:b=3:5$, $b:c=7:4$

В) $a:b=3:2{,}5$, $b:c=1{,}2:2{,}5$

Г) $a:b=11:21$, $b:c=8:5$

Д) $a:b=2:\frac{3}{7}$, $b:c=\frac{11}{13}:4$

Е) $a:b=1:1$, $b:c=57:83$

3.331. На отрезке AB взяты две точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D, причём $AC:CD=4:5$ и $CD:DB=2:3$. Найдите $AC:CD:DB$.

3.332. На отрезке AB взяты две точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D, причём $AC:CD=2:7$ и $CD:DB=4:5$. Найдите: $AC:CD:DB$.

3.333. Найдите отношение $a:b:c:d$, если:

А) $a:b=2:3$, $b:c=4:5$, $c:d=6:7$

Б) $a:b=2:7$, $b:c=3:1$, $c:d=2:7$

3.334. Известно, что $a_1:a_2=1:3$, $a_2:a_3=2:3$, $a_3:a_4=5:4$, $a_4:a_5=5:2$. Найдите отношение $a_1:a_2:a_3:a_4:a_5$.

3.335. Разделите число a на три части a_1, a_2 и a_3, если

А) $a=75$, $a_1:a_2=3:4$, $a_2:a_3=8:11$

Б) $a=12{,}3$, $a_1:a_2=2:3$, $a_2:a_3=4:7$

В) $a=150$, $a_1:a_2=0{,}8:\frac{2}{7}$, $a_2:a_3=1{,}5:1{,}8$

Г) $a=15\frac{1}{3}$, $a_1:a_2=0{,}5:2$, $a_2:a_3=0{,}5:\frac{1}{3}$

Два пешехода вышли на рассвете. Каждый шёл с постоянной скоростью. Один шёл из *A* в *B*, другой - из *B* в *A*. Они встретились в полдень и, не прекращая движения, пришли: один в *B* в 4 часа вечера, а другой - в *A* в 9 часов вечера. В котором часу в тот день был рассвет?

3.336. Периметр треугольника $\triangle ABC$ равен 32,5 см. Найдите длины сторон этого треугольника, если $AB:BC=3:4$, $BC:AC=2:3$.

3.337. Точка C делит отрезок AB в отношении $2:3$ считая от точки A, а точка D делит отрезок CB в отношении $3:4$ считая от точки C. Найдите отрезки AC, CD и DB, если $AB=35$ см. В каком отношении точки C и D делят отрезок AB?

3.338. Точка C делит отрезок AB в отношении $7:3$ считая от точки A, а точка D делит отрезок CB в отношении $3:2$ считая от точки C. Найдите отрезки AC, CD и DB, если $AB=3$ м. В каком отношении точки C и D делят отрезок AB? Выразите в процентах, какую часть отрезка AB составляют отрезки AC, CD и DB.

3.339. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D. Известно, что $AC:CD=2:3$, $CD:DB=5:6$. Найдите AC, CB и BD, если $AB=20$ см.

3.340. На отрезке AB взяты точки C и D так, что точка C лежит между точками A и D. Известно, что $AC:CD=4:5$, $CD:DB=3:2$. Найдите AC, CB и BD, если $AB=20$ см.

3.350. Точка C делит отрезок AB в отношении $1:5$ считая от точки A, а точка D делит отрезок CB в отношении $1:2$ считая от точки C. Найдите отрезки AC, CD и DB, если $AB=1$ м. В каком отношении точки C и D делят отрезок AB?

3.351. Точка C делит отрезок AB в отношении $7:2$ считая от точки A, а точка D делит отрезок CB в отношении $1:1$ считая от точки C. Найдите отрезки AC, CD и DB, если $AB=1$ м. В каком отношении точки C и D делят отрезок AB?

3.352. Точка C делит отрезок AB в отношении $1,2:3$ считая от точки A, а точка D делит отрезок CB в отношении $3,2:4$ считая от точки C. Найдите отрезки AC, CD и DB, если $AB=1$ м. В каком отношении точки C и D делят отрезок AB?

3.353. Точка C делит отрезок AB в отношении $2:3$ считая от точки A, а точка D делит отрезок CB в отношении $3:4$ считая от точки C. В каком отношении точка D делит отрезок AB?

3.354. Точка C делит отрезок AB в отношении $1:2$ считая от точки A, а точка D делит отрезок CB в отношении $1:3$ считая от точки C. В каком отношении точка D делит отрезок AB?

3.355. Точка C делит отрезок AB в отношении $7:3$ считая от точки A, а точка D делит отрезок CB в отношении $3:7$ считая от точки C. В каком отношении точка D делит отрезок AB?

3.356. Точка C делит отрезок AB в отношении $2:3$ считая от точки A, а точка D делит отрезок CB в отношении $2:3$ считая от точки C. В каком отношении точка D делит отрезок AB?

3.357. Найдите три числа, если известно, что они относятся как $2:3:4$, а сумма первого и третьего чисел равна 12.

3.358. Число представлено в виде суммы трех слагаемых, которые относятся как 5 : 7 : 19. Найдите это число, если большее слагаемое больше меньшего на 2,38.

3.359. Число представлено в виде суммы трех слагаемых, которые относятся как 8 : 11 : 17. Найдите это число, если большее слагаемое больше меньшего на 9,72.

На доске написано двадцать чисел 1,2,3,4,...,19,20. Разрешается стирать любые два числа *a* и *b*, заменяя их на *a* + *b* – 1, пока на доске не останется одно число. Какое число останется?

3.360. Стороны прямоугольника относятся как 3 : 5, а его периметр равен 12,8 см. Найдите его площадь.

3.361. Стороны прямоугольника относятся как 2 : 7, а его периметр равен 7,2 см. Найдите его площадь.

3.362. Стороны прямоугольника относятся как 1 : 7, а его периметр равен 11,2 см. Найдите его площадь.

3.363. Стороны прямоугольника относятся как 6 : 1, а его периметр равен 12,6 см. Найдите его площадь.

3.364. К стороне квадрата приставлен точно такой же квадрат так, что получился прямоугольник. Чему равно отношение: А) периметров прямоугольника и квадрата? Б) площадей прямоугольника и квадрата?

3.365. Пять равных квадратов составили сторонами так, что получился прямоугольник. Чему равно отношение: А) периметров прямоугольника и квадрата? Б) площадей прямоугольника и квадрата?

3.366. Стороны прямоугольника относятся как 1 : 3. Три таких прямоугольника составили сторонами так, что получился квадрат. Чему равно отношение: А) периметров прямоугольника и квадрата? Б) площадей прямоугольника и квадрата?

3.367. Стороны прямоугольника относятся как 2 : 5. Три таких прямоугольника составили сторонами так, что получился прямоугольник. Чему равно отношение: А) периметров исходного и полученного прямоугольников? Б) площадей исходного и полученного прямоугольников? Рассмотрите все возможные случаи.

3.368. Фермер засеял 3 участка земли. Площадь первого составляет 30% площади второго, а площадь третьего относится к площади второго как $2,5:3$. Какова общая площадь всех трёх участков, если известно, что площадь третьего больше площади первого на 4,5 га?

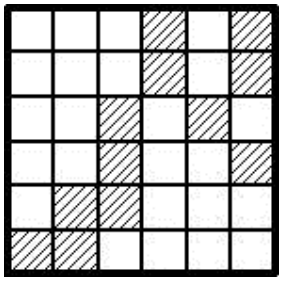
3.369. Собственная скорость парохода относится к скорости течения реки, как $36:5$. Пароход двигался вниз по течению 5 ч 10 мин. Сколько времени потребуется ему, чтобы вернуться обратно?

3.370. Отец старше сына на 25 лет. Возраст отца относится к возрасту сына, как $\frac{3}{2}:\frac{2}{3}$. Сколько лет отцу и сколько лет сыну?

3.371. Сумма трёх чисел равна 90. Произведения первого числа на 10, второго числа на 15 и третьего числа на 5 равны между собой. Найдите эти числа.

3.372. Три бизнесмена вложили в проект соответственно 0,5 млн. руб., 1,6 млн. руб. и 2,9 млн. руб. Проект принёс 12% прибыли. На 80% полученной прибыли они закупили новое оборудование, а остальные деньги распределили пропорционально вложенным суммам. Сколько денег получил каждый из учредителей проекта?

Разрежьте изображённую на рисунке доску на 4 одинаковые части, чтобы каждая из них содержала 3 заштрихованные клетки.



Глава 4. Отрицательные числа. Модуль.

Сложение и вычитание.

4.1. Вычислите:

А) $-28-14$ Б) $-32+32$ В) $-9+17$ Г) $3-18$ Д) $-12-7$

Е) $-15+8$ Ё) $-24+19$ Ж) $-8+3$ З) $-6-11$ И) $-35+53$

Й) $-245+300$ К) $-\frac{1}{3}+\frac{1}{7}$ Л) $-\frac{5}{9}-\frac{5}{9}$ М) $-\frac{14}{15}+\frac{5}{6}$ Н) $-2,4-3,6$

О) $-2,4+3,6$ П) $-1,18+1,18$ Р) $-1,18-1,18$ С) $-0,8+4$ Т) $-0,8-4$

У) $1,7-7,3$ Ф) $-1,7-7,3$ Х) $-3,7-8,4$ Ц) $-3,7+8,4$ Ч) $-1,1+2,3$

Ш) $-5-\frac{1}{7}$ Щ) $-5+\frac{1}{7}$ Ъ) $-100+\frac{6}{7}$ Ы) $-100-\frac{6}{7}$ Ь) $-15-4\frac{1}{3}$

Э) $-15+4\frac{1}{3}$ Ю) $-11+5\frac{3}{13}$ Я) $-20+12,33$ W) $-20-12,33$ Z) $-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

4.2. Некоторые действия с отрицательными числами можно упростить, если поменять порядок действий. Например, $-12+25=25-12=13$. Пользуясь этим соображением, вычислите:

А) $-13+44$ Б) $-50+175$ В) $-2\frac{1}{3}+4\frac{5}{6}$ Г) $-12,3+15,7$ Д) $-16+17,7$

Е) $-13\frac{1}{12}+16\frac{4}{15}$ Ё) $-45,76+57,76$ Ж) $-5\frac{1}{51}+6\frac{3}{17}$ З) $-14,23+25\frac{6}{7}$ И) $-2\frac{1}{3}+10,2$

Й) $-99,9+157,2$ К) $-13\frac{2}{13}+27\frac{5}{26}$ Л) $-8\frac{5}{18}+9\frac{1}{36}$ М) $-10,9+16,0001$ Н) $-1,4+3\frac{4}{9}$

О) $-7\frac{20}{21}+9\frac{1}{14}$ П) $-8,75+12\frac{1}{9}$ Р) $-999+100,01$ С) $-6\frac{13}{15}+8$ Т) $-9+10\frac{23}{25}$

4.3. Вычислите:

А) $-2\frac{3}{7}-3\frac{5}{14}$ Б) $-4\frac{8}{9}+6\frac{7}{15}$ В) $-3,3+4\frac{7}{8}$ Г) $-5,6+5\frac{3}{5}$

Д) $9,9-11\frac{4}{15}$ Е) $7,7+9,09-20,001$ Ё) $7,8-8,9+5,2-7,1$ Ж) $\frac{7}{36}-1\frac{4}{27}$

З) $8\frac{4}{23}+9\frac{5}{46}-18\frac{13}{69}$ И) $17\frac{1}{19}-17\frac{28}{57}$ К) $-2\frac{3}{7}-3\frac{2}{3}$ Л) $3\frac{2}{15}-5\frac{11}{12}$

М) $-3\frac{2}{17}+1\frac{50}{51}$ Н) $-\frac{3}{40}+0,075$ О) $-0,78-10,087$ П) $4\frac{5}{12}-6\frac{13}{18}$

Р) $-12,34-15,043$ С) $-10\frac{3}{19}+3\frac{49}{57}$ Т) $-0,625+\frac{5}{8}$ У) $-4\frac{5}{9}-3\frac{2}{7}$

Вычислите:

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2009\cdot 2010}+\frac{1}{2010\cdot 2011}+\frac{1}{2011\cdot 2012}.$$

4.4. Вычислите:

А) $-0,9+3$ Б) $\frac{4}{5}-1,2$ В) $-1,2+0,3$ Г) $-1\frac{2}{3}+5\frac{1}{6}$ Д) $-10,2-8$

Е) $-1\frac{1}{2}-2,5$ Ё) $-2,4-0,26$ Ж) $-2,4+0,26$ З) $-1\frac{7}{15}-3\frac{5}{6}$ И) $-5+4,3$

Й) $-\frac{8}{9}+2\frac{1}{6}$ К) $0,04-0,2$ Л) $-1\frac{11}{35}-\frac{1}{21}$ М) $-1\frac{11}{35}+\frac{1}{21}$ Н) $0,7-2$

О) $-0,4-0,6$ П) $-0,4+0,6$ Р) $-0,2+5$ С) $-0,1-0,02$ Т) $-0,1+0,02$

У) $-1,9+2$ Ф) $6,4-8$ Х) $-0,5-0,7$ Ц) $-0,5+0,7$ Ч) $-1,8+1\frac{4}{5}$

Ш) $-1,8-1\frac{4}{5}$ Щ) $-0,64+9,36$ Ъ) $-0,64-9,36$ Ы) $-\frac{3}{20}+0,15$ Ь) $-\frac{3}{20}-0,15$

4.5. Вычислите, выбрав удобный порядок вычислений:

А) $12-14-18$ Б) $-13+14-15$ В) $-16-17+20$ Г) $-20-30+40$

Д) $-15-16+35$ Е) $-15+16-35$ Ё) $-23-21+14$ Ж) $-10-19+13$

З) $-18-10+14+15$ И) $-13+16-15-8$ Й) $-20+67-57-18$ К) $-14-10+12-11$

Л) $-20-19-13$ М) $-25-35-45$ Н) $-13-45-67-9$ О) $-4-9-19-12$

П) $-1,12-1,14+2,01$ Р) $-1,3+3,7-8,9$ С) $-1,4-3,22+8,07$ Т) $9,01-4,5-12,3$

У) $3\frac{1}{2}-4\frac{3}{4}-2\frac{1}{8}$ Ф) $-5\frac{1}{3}+6\frac{1}{2}-6\frac{2}{3}$ Х) $-4\frac{4}{9}-5\frac{1}{3}+10\frac{1}{2}$ Ц) $-2,3-4,6-8$

Ч) $-3,8-9,23-10,1$ Ш) $-17\frac{5}{12}-19\frac{7}{18}-11$ Щ) $-20\frac{1}{3}-11,1-3\frac{1}{2}$

Ъ) $-23,3-45,09-1,01-2,5$ Ы) $-3\frac{5}{7}+5\frac{1}{7}-3\frac{2}{7}+1\frac{4}{7}$ Ь) $-5\frac{3}{11}+6\frac{4}{11}-7\frac{5}{11}+8\frac{6}{11}$

Э) $-7\frac{1}{2}-1\frac{1}{3}+3\frac{1}{4}+2\frac{1}{5}$ Ю) $-4\frac{1}{3}-4,2+5\frac{2}{3}-9,1+10\frac{5}{6}$ Я) $-\frac{10}{11}+\frac{21}{22}-\frac{32}{33}$

Греческий математик Метродор был автором многих задач. Им сделана надпись над гробом знаменитого греческого математика Диофанта, жившего во II – III веках: «Диофант провёл шестую часть своей жизни в детстве, двенадцатую в юности, после седьмой части, проведённой в бездетном супружестве, и ещё через 5 лет у него родился сын, умерший по достижении половины числа лет жизни отца, после чего Диофант прожил только 4 года. Скольких лет Диофант умер?»

4.6. Вычислите, выбрав удобный порядок вычислений:

А) $158-392+75-158-75$

Б) $-4\frac{11}{56}+1\frac{7}{40}-2\frac{5}{18}+4\frac{11}{56}-1\frac{7}{40}$

Г) $-2,49+3,5+2,49-1,67-3,5$

Д) $0,6-1\frac{7}{8}-\frac{3}{5}+2,25+1,875-2\frac{1}{4}$

Е) $18-72-9+39-54+17-39$

Ё) $-46+283-745+179-594+745+82$

Ж) $0,17-6+1,3+2,8-0,17-0,9+7,4$

З) $-6,4+12-2,5-6,4+2,5+8,9-5,8$

И) $-0,1-14+3,05+4,2-0,85-0,05+0,85$

Й) $-98,9+4,38-3,27+32,7+60,215-1,15+3,27$

К) $3\frac{2}{9}-5,2-1\frac{5}{9}+0,2$

Л) $-7,2-2\frac{5}{6}-0,3+1\frac{1}{3}$

М) $-1\frac{3}{16}+4\frac{17}{25}-\frac{5}{16}-1\frac{2}{25}-0,5$

Н) $3\frac{5}{12}-1,4-5\frac{2}{3}-2,6+2\frac{1}{4}$

4.7. Вычислите:

А) $-8\frac{1}{3}-3\frac{5}{6}$ Б) $-0,6+5,3+4,7$ В) $-3\frac{1}{8}+2,5-3\frac{3}{8}$ Г) $-8-\frac{1}{4}$

Д) $-8+\frac{1}{4}$ Е) $0,25-3\frac{1}{8}-\frac{1}{4}+3,125$ Ё) $-3,6+8\frac{2}{3}+11\frac{1}{3}$ Ж) $-1,9-0,1-0,65+0,45$

З) $-1,3+2\frac{1}{2}-11,2$ И) $-4,2+1\frac{1}{3}-\frac{1}{3}$ Й) $-9,8+8,7-7,6+6,4$ К) $-9\frac{1}{18}-4\frac{4}{6}$

Л) $-1,8+3,6+6,4$ М) $-3\frac{5}{7}+3,5-1\frac{2}{7}$ Н) $-3-\frac{1}{3}$ О) $-3+\frac{1}{3}$

П) $-0,5+2\frac{3}{4}-2,75+\frac{1}{2}$ Р) $-2,6+1\frac{1}{3}+8\frac{2}{3}$ С) $-2,9-0,1-0,83+0,23$ Т) $-2,3+2,5-11,2$

У) $-4,2+11\frac{1}{7}-1\frac{1}{7}$ Ф) $8,9-7,8+6,7-9,7$ Х) $-2+\frac{3}{5}+1\frac{2}{5}$ Ц) $-0,6-3,4+5,2$

Ч) $-4-\frac{3}{8}$ Ш) $-4+\frac{3}{8}$ Щ) $-0,125+3\frac{2}{5}+\frac{1}{8}-3,4$ Ъ) $-8\frac{2}{3}-11\frac{1}{3}+2,4$

Ы) $-1,6+0,6+3,2+2,2$ Ь) $-2,6+1\frac{1}{3}-3,3$ Э) $-2,1+3,2-4,3+5,4$ Ю) $\frac{3}{4}-3+2\frac{1}{4}$

Я) $-2,8-1,2+4,3$ W) $-2,6+1\frac{1}{5}-5,3$ Q) $-11\frac{1}{3}-18\frac{2}{3}-2,8$ Z) $-1,2+2,3-3,4+4,6$

Расставьте на рёбрах куба числа 1, 2, 3, …, 12 так, чтобы суммы чисел, стоящих на каждой грани, были одинаковы.

4.8. Вычислите:

А) $-1,6-4,7$ Б) $-1,6+4,7$ В) $-5,6-2,4$ Г) $-5,6+2,4$ Д) $-8,8-4,2$

Е) $-8,8+4,2$ Ё) $-1,75-8,25$ Ж) $-1,75+8,25$ З) $-\frac{3}{7}-\frac{2}{7}$ И) $-\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$

Й) $-3,74-1,74$ К) $-3,74+1,74$ Л) $-1\frac{3}{8}-2\frac{5}{6}$ М) $-1\frac{3}{8}+2\frac{5}{6}$ Н) $-6,4-3,6$

О) $-6,4+3,6$ П) $-5\frac{1}{12}-3\frac{1}{20}$ Р) $-5\frac{1}{12}+3\frac{1}{20}$ С) $-\frac{5}{9}-\frac{1}{3}$ Т) $-\frac{5}{9}+\frac{1}{3}$

4.9. Вычислите:

А) $-35+(-9)$ Б) $(-7)+(-14)$ В) $-17+(-8)$ Г) $-5+(-238)$

Д) $-46+(-18)$ Е) $-8+(-12)$ Ё) $-144+(-56)$ Ж) $-\frac{3}{5}+\left(-\frac{1}{5}\right)$

З) $-\frac{4}{5}+\left(-\frac{5}{6}\right)$ И) $-1\frac{1}{3}+(-2,25)$ Й) $-1\frac{2}{5}+(-2,8)$ К) $-3\frac{1}{7}+\left(-1\frac{3}{14}\right)$

Л) $26+(-6)$ М) $80+(-120)$ Н) $1+(-0,39)$ О) $0,3+(-1,2)$

П) $\frac{5}{9}+\left(-\frac{8}{9}\right)$ Р) $\frac{3}{4}+\left(-\frac{2}{3}\right)$ С) $2\frac{4}{7}+\left(-3\frac{5}{14}\right)$ Т) $5\frac{4}{9}+\left(-5\frac{4}{9}\right)$

У) $-1,2+(-1,3)+(-1,4)$ Ф) $-3\frac{3}{7}+\left(-2\frac{1}{14}\right)+\left(-3\frac{1}{2}\right)$ Х) $-3,8564+(-0,8397)+7,84$

Ц) $-0,085+0,00354+(-0,00921)$ Ч) $\frac{2}{5}+(-0,5)+\left(-1\frac{1}{4}\right)$

4.10. Вычислите:

А) $4-(-2)$ Б) $-7-(-5)$ В) $-2-(-6)$ Г) $5-(-4)$ Д) $-7-(-3)$

Е) $16-(-5)$ Ё) $-23-(-9)$ Ж) $14-(-30)$ З) $-14-(-30)$ И) $34-(-6)$

Й) $-34-(-6)$ К) $-5-(-32)$ Л) $5-(-32)$ М) $-12-(-9)$ Н) $-9-(-12)$

О) $-46-(-46)$ П) $-10-(-67)$ Р) $-28-(-4)$ С) $-37-(-17)$ Т) $46-(-46)$

Другая задача Метродора. Корона весит 60 мин (греческая мера) и состоит из сплава золота, меди, олова и железа. Золото и медь составляют $2/3$, золото и олово $3/4$, золото и железо $3/5$ общего веса. Определите вес каждого металла в отдельности.

4.11. Вычислите:

А) $0-1,8$ Б) $0+4,5$ В) $-1,9-0$ Г) $0-(-3)$ Д) $0-(-2,1)$

Е) $2,75+0$ Ё) $0-(-9)$ Ж) $57-(-0)$ З) $0-(-0,1)$ И) $-6,7-(-0)$

4.12. Вычислите:

А) $10-(-3)$ Б) $12-(-14)$ В) $-21-(-19)$ Г) $9-(-9)$ Д) $-9-(-9)$

Е) $-1,4-(-1,4)$ Ё) $-5,6-(-3,1)$ Ж) $2,5-(-3,5)$ З) $-2,5-(-3,5)$ И) $\frac{5}{12}-\left(-\frac{1}{12}\right)$

Й) $-\frac{7}{15}-\left(-\frac{2}{15}\right)$ К) $-1\frac{3}{8}-\left(-\frac{1}{4}\right)$ Л) $-1\frac{5}{11}-\left(-2\frac{3}{22}\right)$ М) $\frac{3}{8}-\left(-\frac{1}{4}\right)$ Н) $-5-(-0,2)$

О) $-\frac{7}{12}-\left(-\frac{8}{9}\right)$ П) $-\frac{7}{12}+\left(-\frac{8}{9}\right)$ Р) $-\frac{3}{4}-\left(-\frac{5}{6}\right)$ С) $1,6-(-1,6)$ Т) $\frac{2}{15}-\left(-\frac{1}{3}\right)$

У) $-\frac{2}{15}-\left(-\frac{1}{3}\right)$ Ф) $4\frac{4}{7}-\left(-4\frac{4}{7}\right)$ Х) $-3,8-\left(-3\frac{4}{5}\right)$ Ц) $-1,2-(-1,02)$ Ч) $57-(-5,7)$

4.13. Вычислите:

А) $-12-(-6)-(-3)$ Б) $-12+(-6)-(-3)$ В) $7-(-4)+(-14)$

Г) $7-(-4)-(-14)$ Д) $-5-(-15)+8$ Е) $1-(-2)+(-3)-(-4)$

Ё) $-4+(-8)-(-8)-(-7)+(-9)$ Ж) $3+(-10)-(-6)-(-7)$ З) $6-(-9)+(-2)+(-11)$

И) $-4-(-7)+(-16)-(-16)-(-1)+(-4)$ Й) $-9-(-1)+(-18)-(-9)+(-1)-(-18)$

4.14. Найдите длину отрезка:

А) $[3;5]$ Б) $[9;20]$ В) $[12,1;25,3]$ Г) $\left[4\frac{3}{7};7\frac{3}{14}\right]$ Д) $[-3;4]$

Е) $[-5;7]$ Ё) $[-6;-3]$ Ж) $[0;7]$ З) $[-7;0]$ И) $[-7;7]$

Й) $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right]$ К) $\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right]$ Л) $[-10;-3]$ М) $[-100;-57]$ Н) $[-0,1;0,01]$

О) $[-0,1;-0,099]$ П) $[-12,45;-1,09]$ Р) $\left[-13\frac{2}{15};-6\frac{5}{12}\right]$ С) $[-12,45;45,12]$ Т) $\left[-\frac{7}{5};-\frac{5}{7}\right]$

Найдите семизначное число, про которое известно следующее: его первая цифра равна количеству нулей в записи этого числа, его вторая цифра равна количеству единиц в записи, третья равна количеству двоек и так далее.

4.15. Вычислите:

А) $2,4+(-5,36)-(-0,84)+(-3,24)$

Б) $-16,54+(-9,31)-11,27-(-23,38)$

В) $5\frac{3}{7}+\left(-2\frac{1}{3}\right)-\left(-3\frac{7}{15}\right)$

Г) $3\frac{5}{9}+\left(-2\frac{1}{4}\right)-\left(-4\frac{5}{6}\right)-5\frac{2}{3}$

Д) $-3,27+(-4,84)+6,51+(-2,64)+7,65$

Е) $\frac{5}{6}+\left(-\frac{5}{9}\right)+\frac{1}{3}-\left(-\frac{11}{18}\right)$

Ё) $-4\frac{5}{8}+\left(-6\frac{5}{24}\right)-\left(-5\frac{7}{16}\right)$

Ж) $3,1+(-4,72)+(-8,12)-(-0,96)$

З) $-18,31-6,27+(-8,44)-(-31,67)$

И) $6\frac{5}{12}-\left(-4\frac{2}{3}\right)+\left(-2\frac{3}{4}\right)$

Й) $4\frac{5}{8}-6\frac{2}{9}+\left(-5\frac{1}{6}\right)-\left(-3\frac{3}{4}\right)$

К) $2\frac{5}{6}+\left(-3\frac{1}{8}\right)-\left(-2\frac{7}{12}\right)+4\frac{3}{4}-\left(-1\frac{2}{3}\right)$

Умножение и деление.

4.16. Вычислите:

А) $-3\cdot 9$

Б) $9\cdot(-3)$

В) $-5\cdot 6$

Г) $-8\cdot(-7)$

Д) $-10\cdot 11$

Е) $-11\cdot(-12)$

Ё) $-1,45\cdot 0$

Ж) $0\cdot(-5,7)$

З) $-4\cdot(-15)$

И) $12\cdot(-7)$

Й) $-45\cdot(-1)$

К) $-1\cdot 57$

Л) $0,7\cdot(-8)$

М) $-0,5\cdot 6$

Н) $12\cdot(-0,2)$

О) $-0,6\cdot(-0,9)$

П) $-2,5\cdot 0,4$

Р) $0\cdot(-1,1)$

С) $(-1)\cdot(-1,1)$

Т) $-8\cdot(-0,7)$

У) $-0,5\cdot 40$

Ф) $-0,1\cdot(-3)$

Х) $0\cdot(-7,4)$

Ц) $1,2\cdot(-14)$

Ч) $-2,5\cdot(-46)$

Ш) $-8,8\cdot 302$

Щ) $-9,8\cdot(-50,6)$

Ъ) $-17,5\cdot(-17,4)$

Ы) $3,08\cdot(-4,05)$

Ь) $-\frac{7}{9}\cdot 3$

Э) $-0,04\cdot(-10)$

Ю) $\frac{6}{7}\cdot\left(-9\frac{1}{3}\right)$

Я) $-0,125\cdot(-6,4)$

W) $2,4\cdot\left(-4\frac{1}{6}\right)$

Z) $-5,7\cdot(-2)$

В клетках таблицы 4 на 4 расставьте числа, не равные нулю, так чтобы сумма чисел, стоящих в углах каждого квадрата 2 на 2, 3 на 3 и 4 на 4, была равна нулю.

Как разрезать квадрат (например, 4 на 4 на клетчатой бумаге) на два равны А) треугольника? Б) четырёхугольника? В) пятиугольника? Г) шестиугольника?

4.17. Вычислите:

А) $-\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{8}$ Б) $\frac{4}{15}\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)$ В) $-\frac{5}{9}\cdot\left(-\frac{12}{25}\right)$ Г) $-3\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{4}{7}\right)$

Д) $1\frac{1}{8}\cdot\left(-5\frac{1}{3}\right)$ Е) $-3\frac{3}{5}\cdot 6\frac{1}{4}$ Ё) $-3\frac{1}{5}\cdot 1,2$ Ж) $1,8\cdot\left(-1\frac{1}{3}\right)$

З) $-2\frac{2}{15}\cdot(-6,25)$ И) $-3,6\cdot(-0,25)$ Й) $-\frac{1}{7}\cdot 14,56$ К) $0,75\cdot(-480)$

Л) $-2\frac{4}{13}\cdot(-2,6)$ М) $4,32\cdot(-12,5)$ Н) $\left(-\frac{5}{9}\right)\cdot(-18,18)$ О) $-2,106\cdot 1050$

П) $\frac{2}{7}\cdot\left(-5\frac{1}{4}\right)$ Р) $-4\frac{1}{2}\cdot\left(-1\frac{1}{3}\right)$ С) $3,6\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$ Т) $-\frac{4}{7}\cdot 4,2$

У) $(-2,8)\cdot\left(-1\frac{1}{7}\right)$ Ф) $-2\frac{1}{3}\cdot 0,125$ Х) $-5\frac{5}{6}\cdot 1\frac{5}{7}$ Ц) $4\frac{4}{9}\cdot\left(-1\frac{1}{8}\right)$

4.18. Вычислите:

А) $(-2)^2$ Б) $(-2)^3$ В) $(-2)^4$ Г) $(-2)^5$ Д) $(-3)^2$ Е) $(-3)^3$ Ё) $(-5)^2$

Ж) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ З) $(-1,5)^2$ И) $(-0,75)^3$ Й) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^2$ К) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2$ Л) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$ М) $(-10)^2$

Н) $(-10)^3$ О) $(-10)^4$ П) $(-10)^6$ Р) $(-0,1)^2$ С) $(-0,1)^5$ Т) $(-0,3)^2$ У) $(-0,2)^3$

Ф) $(-0,03)^3$ Х) $(-0,04)^3$ Ц) $(-1)^2$ Ч) $(-1)^7$ Ш) $(-1)^{10}$ Щ) $(-1)^{57}$ Ъ) $(-1)^{2010}$

4.19. Определите знак выражения (вычислять значение выражения не нужно!!!):

А) $-23,798\cdot\left(-18\frac{74}{169}\right)$ Б) $450,06\cdot(-9,9042)$ В) $-34\frac{2}{705}\cdot 0,00012$

Г) $\left(-16\frac{4}{89}\right)^2$ Д) $(-57)^{10}$ Е) $(-57,57)^{2011}$ Ё) $-23\cdot(-24,4)\cdot(-25,5)$

Ж) $-3\cdot(-56)\cdot(-74,8)\cdot 73,9\cdot\left(-4\frac{3}{22}\right)$ З) $-3\cdot 13\cdot(-15,3)\cdot(-3,01)\cdot(-9,2)\cdot(-57)$

И) $(-1)\cdot(-2)\cdot(-3)\cdot\ldots\cdot(-2010)\cdot(-2011)$ Й) $(-100)\cdot(-99)\cdot\ldots\cdot(-10)$

К) $(-10)\cdot(-9)\cdot\ldots\cdot 9\cdot 10$ Л) $(-1,3)^2\cdot(-1,4)^3\cdot(-3,45)$ М) $(-2)^6\cdot(-3)^4\cdot(-5)^7$

Н) $(-1)^2\cdot(-1)^3\cdot(-1)^4\cdot(-1)^5\cdot(-1)^6\cdot(-1)^7$ О) $(-1)^n$, где $n\in\mathbb{N}$

45-значное число составлено из одной единицы, двух двоек, трёх троек, …, восьми восьмёрок и девяти девяток. Докажите, что оно не является точным квадратом.

Представьте число 203 в виде суммы нескольких положительных слагаемых так, чтобы и произведение этих слагаемых было равно 203.

4.20. Вычислите рациональным способом (если возможно):

А) $-50\cdot 0,9\cdot(-2)\cdot(-0,03)$

Б) $-12,5\cdot 0,25\cdot(-0,6)\cdot 0,8\cdot(-4)$

В) $-1\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot(-5)\cdot\frac{1}{9}\cdot\left(-1\frac{3}{4}\right)$

Г) $0,3\cdot(-4,28)+0,3\cdot(-5,72)$

Д) $-15,87\cdot(-1,09)-(-5,87)\cdot(-1,09)$

Е) $\left(-\frac{1}{6}+\frac{1}{8}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}\right)\cdot(-24)$

Ё) $\frac{5}{14}\cdot(-4,75)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{4}{19}\cdot 2,8\cdot(-15)$

Ж) $\frac{7}{12}\cdot 1,9-\frac{7}{12}\cdot 4,3$

З) $-25\cdot 23\cdot(-0,4)$

И) $0,125\cdot(-8)\cdot(-0,25)\cdot(-4)$

Й) $-8,47\cdot 5\cdot(-200)\cdot(-0,001)$

К) $\frac{5}{9}\cdot(-3,5)\cdot\left(-1\frac{4}{5}\right)\cdot 0,6$

Л) $-\frac{7}{11}\cdot\left(-\frac{2}{13}\right)\cdot\frac{11}{21}\cdot(-26)$

М) $\left(-\frac{8}{9}\right)\cdot\left(-\frac{5}{29}\right)\cdot\frac{9}{16}\cdot(-58)$

4.21. Вычислите по действиям:

А) $(-3,4+4)\cdot(-1,6-0,9)$

Б) $(-0,8-0,5+2,1)\cdot\left(\frac{2}{5}-1\right)$

В) $(-0,05-(-0,5)-1,2)\cdot(-4,8)$

Г) $0,375\cdot(-0,08-0,52-(-0,04))$

Д) $(-9+6,8-1,2)\cdot(-0,49-0,51)$

Е) $-1,2\cdot(-0,4-(-4,6)+(-4,7))$

Ё) $(-0,9-2,5-(-8,2))\cdot(-0,625)$

Ж) $3\cdot(-2)+(-3)\cdot(-4)-(-5)\cdot 7$

З) $(-18+23-16+9)\cdot(-18)$

И) $(-4,5+3,8)\cdot(2,01-3,81)$

Й) $(2,8-3,9)\cdot(-4,3-2,6)$

К) $-4,5\cdot 0,1+(-3,7)\cdot(-2,1)-(-5,4)\cdot(-0,2)$

Л) $(2,3\cdot(-1,8)-1,4\cdot(-0,8))\cdot(-1,5)$

М) $-3,8\cdot(-1,5)-(-1,2)\cdot 0,5-6,5$

Н) $-2,321\cdot(-3,2+2,3-4,8+6,7)-1,579$

О) $\left(2\frac{7}{15}-4\right)\cdot\left(8\frac{16}{23}-10\right)$

П) $11\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{9}-4\frac{7}{12}\cdot\frac{4}{11}$

Р) $22,5-24\cdot\left(\frac{2}{9}-\frac{2}{3}\right)$

С) $\left(-\frac{3}{7}-\frac{5}{14}-\frac{8}{21}\right)\cdot\frac{3}{14}+\frac{1}{8}$

Т) $\left(4\frac{1}{3}-2,2\right)\cdot\left(-\frac{3}{16}\right)-3,05$

У) $\left(-0,25-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot(-0,2)+3,9$

Ф) $(4,3-7,8)\cdot(-5,6+8,3)$

Х) $\left(-3\frac{1}{3}+2\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-8\frac{5}{9}+7\frac{2}{9}\right)$

Ц) $1\frac{1}{3}\cdot(-0,75)-\left(-2\frac{1}{7}\right)\cdot 1,4$

Ч) $\frac{5}{6}\cdot\left(-15,3-24,3\cdot\frac{5}{9}\right)$

Ш) $38\cdot(-3)-(-24)\cdot(-4)+(-16)\cdot(-30)$

Щ) $(-2,8+6,1-3,4+6,2)\cdot(-3,4)$

Ъ) $-14,3\cdot 0,6+5,7\cdot(-1,4)$

Ы) $(23,42-54)\cdot(-4,12+4,04)$

Ь) $\frac{5}{9}\cdot\left(-3\frac{6}{7}\right)-\left(-3\frac{5}{7}\right)\cdot\frac{3}{52}$

Э) $\left(2\frac{1}{3}-3\frac{1}{4}\right)\cdot\left(2\frac{3}{4}-0,95\right)$

Ю) $\frac{4}{7}\cdot\left(-5\frac{5}{6}\right)-\frac{5}{62}\cdot\left(-4\frac{3}{7}\right)$

Я) $\left(5\frac{1}{6}-6\frac{1}{4}\right)\cdot\left(3\frac{1}{4}-0,55\right)$

4.22. Вычислите:

А) $-45:(-9)$ Б) $32:(-8)$ В) $7:(-7)$ Г) $57:(-1)$ Д) $-16:(-2)$

Е) $-45:(-9)$ Ё) $-84:(-6)$ Ж) $-64:16$ З) $-132:(-1)$ И) $-38:19$

Й) $45:(-15)$ К) $-36:(-6)$ Л) $270:(-9)$ М) $-5,1:(-1,7)$ Н) $650:(-1,3)$

О) $-4,4:4$ П) $-8,6:(-4,3)$ Р) $48,1:(-48,1)$ С) $-3\frac{3}{22}:\left(-3\frac{3}{22}\right)$ Т) $1:(-1)$

У) $-57:57$ Ф) $-950:9,5$ Х) $-5,42:(-27,1)$ Ц) $10,01:(-1,3)$ Ч) $-12:0,3$

Ш) $0,18:(-0,2)$ Щ) $-0,36:(-9)$ Ъ) $-1,5:0,005$ Ы) $-7,8:(-78)$ Ь) $-\frac{5}{6}:\left(-\frac{1}{3}\right)$

Э) $0:(-16,2)$ Ю) $-12\frac{9}{11}:(-3)$ Я) $0,3:(-0,125)$ W) $-1\frac{3}{4}:(-0,25)$ Z) $-2\frac{3}{5}:0,13$

4.23. Вычислите:

А) $-5:(-3)$ Б) $-7:5$ В) $4:(-18)$ Г) $-8:(-3)$ Д) $-\frac{5}{8}:\frac{3}{4}$

Е) $-\frac{9}{11}:\left(-\frac{3}{22}\right)$ Ё) $\frac{4}{15}:\left(-\frac{8}{25}\right)$ Ж) $\frac{2}{3}:(-8)$ З) $3\frac{3}{7}:\left(-\frac{8}{21}\right)$ И) $-5:\frac{5}{7}$

Й) $-1\frac{2}{9}:\left(-5\frac{1}{3}\right)$ К) $-4\frac{2}{7}:1\frac{19}{21}$ Л) $4,2:\left(-2\frac{1}{3}\right)$ М) $-\frac{3}{5}:(-0,8)$ Н) $-5,2:1\frac{2}{5}$

О) $3,2:\left(-\frac{1}{2}\right)$ П) $44,24:(-5,6)$ Р) $-190,76:(-3,8)$ С) $-2,7744:1,36$ Т) $128:(-40)$

У) $0,24:(-0,3)$ Ф) $-7,5:(-0,015)$ Х) $-1\frac{5}{9}:\left(-2\frac{1}{3}\right)$ Ц) $-8,48:\frac{2}{5}$ Ч) $33:(-22)$

4.24. Вычислите:

А) $57:(-19)$ Б) $-123:41$ В) $-147:(-7)$ Г) $14,31:(-2,7)$ Д) $-86,2:(-0,1)$

Е) $-51,34:(-1,7)$ Ё) $-1\frac{3}{8}:\frac{4}{11}$ Ж) $\frac{4}{7}:\left(-1\frac{2}{7}\right)$ З) $-1\frac{1}{8}:(-1,5)$ И) $-0,12:\left(-1\frac{4}{5}\right)$

Й) $0,1:\left(-\frac{1}{12}\right)$ К) $-\frac{4}{9}:1,6$ Л) $-\frac{2}{3}:1\frac{1}{3}$ М) $-1\frac{1}{6}:\left(-3\frac{1}{2}\right)$ Н) $-1,92:3,2$

О) $-48,72:12$ П) $59,5:(-2,5)$ Р) $1,292:(-0,34)$ С) $-\frac{26}{69}:\left(-\frac{52}{57}\right)$ Т) $-1\frac{1}{14}:5\frac{5}{7}$

В ряд выписаны натуральные числа от 1 до 100. Два игрока по очереди вставляют между этими числами знаки «+», «−» или «×» (игроки сами выбирают, на какое место из оставшихся поставить очередной знак). Докажите, что игрок, делающий первый ход, может добиться того, чтобы окончательный результат был нечётным числом.

4.25. Вычислите:

А) $\dfrac{-2,4}{-0,8}$ Б) $\dfrac{-7,6}{3,8}$ В) $\dfrac{1,4}{-4,2}$ Г) $\dfrac{-1,3}{6,5}$ Д) $\dfrac{5,4\cdot(-1,7)}{-5,1\cdot 0,6}$

Е) $0,72:\left(-\dfrac{8}{9}\right)$ Ё) $-0,75:1\dfrac{8}{17}$ Ж) $-2,8:4\dfrac{2}{3}$ З) $\dfrac{6\frac{4}{5}}{-1\frac{5}{12}}$ И) $\dfrac{-1\frac{1}{3}}{2\frac{1}{6}}$

Й) $\dfrac{2,1\cdot(-4,5)\cdot 0,14\cdot(-0,6)}{-1,2\cdot(-0,49)\cdot 0,9}$ К) $\dfrac{-\frac{2}{3}\cdot 2,4\cdot(-4,2)}{-0,35\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot 1,6\cdot(-4,8)}$

Л) $\dfrac{-0,36\cdot(-1,7)\cdot 0,05\cdot(-6,4)\cdot 2,7}{4,8\cdot(-0,51)\cdot(-5,4)\cdot 0,08}$ М) $\dfrac{-\frac{2}{7}\cdot(-1,5)\cdot\left(-1\frac{2}{5}\right)\cdot 8,1}{-0,18\cdot(-6,3)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot(-7,5)\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)}$

Н) $(-0,78\cdot 4,6):(-0,78)$ О) $\left(-\dfrac{8}{17}\cdot\left(-12\dfrac{3}{4}\right)\right):(-3)$ П) $\big(25,8\cdot(-6,09)\big):(-60,9)$

Р) $17000:\big(17\cdot(-125)\big)$ С) $-1\dfrac{2}{9}:\left(-0,25\cdot 1\dfrac{2}{9}\right)$ Т) $-0,548:\big(-0,548\cdot(-1,5)\big)$

У) $\dfrac{-5,6\cdot 0,38\cdot(-4,2)}{-1,9\cdot(-4,9)\cdot 0,96\cdot 0,4}$ Ф) $\dfrac{-2\frac{4}{7}\cdot 6,4\cdot(-0,45)\cdot\left(-\frac{10}{11}\right)\cdot 0,5}{\frac{3}{11}\cdot(-0,72)\cdot\left(-3\frac{3}{7}\right)}$

4.26. Решите уравнение:

А) $-8x=2,4$ Б) $-0,72:y=-0,4$ В) $z:(-5,6)=-3\dfrac{4}{7}$ Г) $-0,5a=-2$

Д) $b:(-0,06)=-60$ Е) $0,4:c=-\dfrac{1}{3}$ Ё) $\dfrac{-3,5}{k}=70$ Ж) $-1,8m=-1$

З) $\dfrac{n}{-9,4}=-0,5$ И) $-7,2:x=-1\dfrac{4}{5}$ Й) $-3\dfrac{2}{11}y=-17,5$ К) $\dfrac{z}{-0,8}=4,5$

Л) $\dfrac{3}{5}x=-\dfrac{9}{10}$ М) $-\dfrac{4}{7}y=\dfrac{8}{21}$ Н) $-\dfrac{5}{9}x=-1\dfrac{23}{27}$ О) $-\dfrac{2}{3}y+5=2\dfrac{5}{9}$

П) $\dfrac{x}{-2,3}=\dfrac{-5,8}{-4,6}$ Р) $\dfrac{-2,8}{35}=\dfrac{-4,2}{x}$ С) $\dfrac{-2\frac{2}{9}}{x}=\dfrac{11\frac{2}{3}}{-1\frac{2}{5}}$ Т) $\dfrac{-\frac{2}{7}}{\frac{3}{14}}=\dfrac{x}{\frac{5}{6}}$

У) $-6,32x=60,04$ Ф) $-8,37y=20,088$ Х) $-\dfrac{2x}{3}=\dfrac{5}{6}$ Ц) $-2,4m=-0,24$

Ч) $\dfrac{3}{8}x=-0,24$ Ш) $\dfrac{m}{-7,2}=\dfrac{5,3}{3,6}$ Щ) $\dfrac{-7\frac{1}{4}}{x}=\dfrac{9\frac{2}{3}}{3\frac{1}{3}}$ Ъ) $-9,32a=-9\dfrac{8}{25}$

На экране компьютера написано число 1. Каждую секунду к числу на экране прибавляется сумма его цифр. Может ли через некоторое время на доске появиться число 123456?

4.27. Вычислите:

А) $3\frac{3}{7}-4\frac{5}{6}$ Б) $2,3-(-3,4)$ В) $2,3-3,4$ Г) $-4\frac{8}{15}-\left(-3\frac{7}{12}\right)$ Д) $-4,5-5\frac{2}{3}$

Е) $3\frac{1}{3}\cdot\left(-1\frac{2}{7}\right)$ Ё) $\left(-1\frac{4}{5}\right)\cdot(-0,8)$ Ж) $(-3,2)\cdot(-2,5)$ З) $\left(-5\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-3\frac{4}{7}\right)$ И) $(-4,5)\cdot 3,8$

Й) $3\frac{5}{6}-5\frac{6}{7}$ К) $3,5-(-5,7)$ Л) $-7\frac{8}{9}-\left(-3\frac{11}{12}\right)$ М) $-6\frac{1}{3}-4,2$ Н) $3,5-5,7$

О) $2\frac{2}{3}\cdot\left(-1\frac{1}{11}\right)$ П) $(-2,6)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$ Р) $(-4,8)\cdot(-3,5)$ С) $\left(-4\frac{2}{11}\right)\cdot\left(-1\frac{10}{23}\right)$ Т) $(-3,5)\cdot 2,2$

У) $2,34-(-5,6)$ Ф) $4,6-8,9$ Х) $-4,6-(-8,9)$ Ц) $-4,6-8,9$ Ч) $5,2-6,78$

Ш) $6,78-(-5,2)$ Щ) $-5,2-(-6,78)$ Ъ) $7,2\cdot(-0,15):4,5$ Ы) $3,6\cdot 2,7:(-8,1)$ Ь) $-5,2-6,78$

4.28. Вычислите:

А) $5,07-8,9$ Б) $-5,07-(-8,9)$ В) $15\frac{1}{3}-16\frac{1}{2}$ Г) $-17\frac{3}{7}-4\frac{8}{9}$

Д) $-10:\frac{1}{2}$ Е) $2\frac{2}{3}:(-0,75)$ Ё) $-8:\left(-3\frac{3}{7}\right)$ Ж) $-\frac{13}{14}\cdot\left(-1\frac{4}{17}\right)\cdot\left(-\frac{34}{39}\right)$

З) $-3\frac{4}{7}:\left(-1\frac{5}{9}\right)$ И) $-1\frac{1}{5}-(-1,2)$ К) $3,45-6,09$ Л) $-3,45-(-6,09)$

М) $-15\frac{3}{10}-13\frac{11}{15}$ Н) $21\frac{6}{7}-22\frac{13}{21}$ О) $-20:\frac{1}{3}$ П) $3\frac{1}{3}:(-0,75)$

Р) $-9:\left(-3\frac{1}{7}\right)$ С) $-5\frac{1}{6}:\left(-4\frac{3}{7}\right)$ Т) $-1\frac{3}{4}-(-1,75)$ У) $-\frac{11}{12}\cdot\left(-1\frac{1}{22}\right)\cdot\left(-\frac{24}{69}\right)$

4.29. Вычислите:

А) $-0,4+1,2$ Б) $0,7-3$ В) $-4,6-1,3$ Г) $-2,5+4,9$ Д) $-0,9-0,6$

Е) $3,5-1,7$ Ё) $-1,4-3,6$ Ж) $1,6-5,2$ З) $-0,05+2$ И) $-0,8+1,58$

Й) $-0,5\cdot 0,9$ К) $3,2:(-0,4)$ Л) $-7,8:(-100)$ М) $-2,5\cdot 0,1$ Н) $2,6:(-0,1)$

О) $-1,9:(-10)$ П) $-3:(-5)$ Р) $0,7\cdot(-80)$ С) $(-0,003)^2$ Т) $(-0,2)^7$

У) $\frac{1}{2}\cdot(-0,3)$ Ф) $-0,9:\left(-\frac{1}{3}\right)$ Х) $-\frac{1}{9}\cdot 5,4$ Ц) $1:(-0,6)$ Ч) $\frac{5}{7}\cdot(-0,2)$

Ш) $-0,4\cdot(-2,5)$ Щ) $-0,125\cdot 0,64$ Ъ) $-2\frac{1}{3}\cdot(-3)$ Ы) $(-0,8):\frac{8}{9}$ Ь) $0,5:(-15)$

Полный бидон с молоком весит 34 кг, а наполненный до половины – 17,5 кг. Сколько весит пустой бидон?

4.30. Вычислите:

А) $0,24:(-0,04)$ Б) $-30\cdot(-0,16)$ В) $1,4-5$ Г) $-1\frac{4}{5}+4,2$ Д) $-0,8-0,7$

Е) $-2\frac{1}{3}\cdot 0,9$ Ё) $0,56:(-0,2)$ Ж) $-7,2\cdot\frac{1}{2}$ З) $-1:(-0,09)$ И) $\frac{5}{18}-0,5$

Й) $1,2:(-2,7)$ К) $-1-\frac{2}{9}$ Л) $-1+\frac{2}{9}$ М) $3\frac{3}{14}-4\frac{5}{7}$ Н) $-1\frac{5}{6}-\frac{7}{15}$

О) $-2\frac{1}{7}\cdot\left(-1\frac{3}{25}\right)$ П) $5\frac{5}{6}:\left(-2\frac{1}{3}\right)$ Р) $-\frac{3}{7}\cdot\left(-\frac{4}{15}\right)$ С) $-9\cdot\frac{16}{45}$ Т) $\frac{5}{12}\cdot\left(-2\frac{4}{7}\right)$

У) $-\frac{2}{9}\cdot(-3,6)$ Ф) $8:\left(-1\frac{7}{9}\right)$ Х) $-5:0,6$ Ц) $2\frac{5}{11}\cdot\left(-4\frac{8}{9}\right)$ Ч) $\frac{4}{9}:\left(-2\frac{21}{3}\right)$

Ш) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$ Щ) $-\frac{5}{6}+1\frac{4}{9}$ Ъ) $-1,9+2\frac{4}{5}$ Ы) $1\frac{3}{7}\cdot(-1,4)$ Ь) $9\frac{3}{4}:(-3)$

Э) $-1\frac{3}{8}\cdot(-4)$ Ю) $-1\frac{1}{15}:1\frac{3}{5}$ Я) $2\frac{6}{7}:\left(-6\frac{2}{3}\right)$ W) $-0,4\cdot(-0,15)$ Z) $-0,5+0,06$

4.31. Вычислите:

А) $17,9-20,205$ Б) $-5,98+58,004$ В) $-4,06\cdot(-20,5)$ Г) $-0,7752:(-1,9)$ Д) $1\frac{1}{9}-3$

Е) $-1\frac{1}{9}-3$ Ё) $-2,25:\frac{5}{6}$ Ж) $1,3\cdot\left(-2\frac{8}{11}\right)$ З) $-1\frac{3}{4}+0,25$ И) $3,4-45$

Й) $-2,8-3\frac{1}{5}$ К) $-\frac{3}{8}\cdot 0,32$ Л) $-0,4\cdot(-0,25)$ М) $2,6\cdot\left(-1\frac{3}{5}\right)$ Н) $-0,42:0,4$

О) $36,18:(-1,8)$ П) $-1,53:(-1,5)$ Р) $-3\frac{1}{6}-(-3,5)$ С) $-1,75-\left(-2\frac{1}{3}\right)$ Т) $3,5\cdot(-0,4)$

У) $-\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)^2-\left(-\frac{1}{3}\right)^3$ Ф) $1\frac{1}{5}:(-0,18)$ Х) $-3,75\cdot\left(-1\frac{1}{9}\right)$ Ц) $0,9-2\frac{1}{6}-\frac{3}{25}-(-0,78)$

4.32. Вычислите:

А) $3,27-5,4$ Б) $-0,56+2,5$ В) $-1,38-14,2$ Г) $-0,096+0,04$

Д) $-13,9-8,21$ Е) $-15,172+17,2$ Ё) $0,08\cdot(-260)$ Ж) $-1,6\cdot 3,46$

З) $-40,8\cdot(-1,05)$ И) $-45,54:0,9$ Й) $-1,203:(-0,6)$ К) $17,69:(-5,8)$

Л) $-3,25-1\frac{5}{12}$ М) $2\frac{7}{15}-8,3$ Н) $4,125\cdot\left(-3\frac{7}{11}\right)$ О) $-3\frac{9}{25}:(-2,4)$

Докажите, что если сумма двух натуральных чисел равна 770, то их произведение не делится на 770.

4.33. Вычислите:

А) $-4\cdot(-5)-(-30):6$

Б) $15:(-15)-(-24):8$

В) $-8\cdot(-3+12):36+2$

Г) $2{,}3\cdot(-6-4):5$

Д) $(-8+32):(-6)-7$

Е) $-21+(-3-4+5):(-2)$

Ё) $-6\cdot4-64:(-3{,}3+1{,}7)$

Ж) $(-6+6{,}4-10):(-8)\cdot(-3)$

З) $(48-57):(-0{,}9)$

И) $(-84{,}2-15{,}8):(-0{,}01)$

Й) $(-24{,}6+13{,}8):(-2{,}7)$

К) $-643{,}2:(-87{,}3+85{,}7)$

Л) $3{,}2:(-0{,}4\cdot0{,}2)$

М) $-4{,}9:(-0{,}2\cdot0{,}3-0{,}1)$

Н) $1\frac{5}{12}:\left(-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)$

О) $\left(-0{,}2+\frac{1}{3}\right):(-3{,}2)$

П) $\left(-0{,}5-\left(-\frac{3}{4}\right)\right):(-0{,}2)$

Р) $\left(-0{,}3-\frac{1}{5}\right):\left(-\frac{1}{6}\right)$

С) $\frac{-4{,}64}{-5{,}1}:\frac{2}{3}-\frac{4{,}32}{8{,}5}:(-1{,}25)$

Т) $-2{,}79:3{,}1-24{,}24:(-2{,}4)$

У) $(1-1{,}5\cdot1{,}4)\cdot(-2{,}8)$

Ф) $2{,}07:(-2{,}3)-13{,}13:(-1{,}3)$

Х) $(1-1{,}3\cdot1{,}6)\cdot(-3{,}2)$

Ц) $\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right):\left(-3\frac{1}{2}\right)$

Ч) $\left(-0{,}25+\frac{7}{8}\right):(-1{,}25)$

Ш) $\left(-30{,}15:15-(-0{,}91)\right)\cdot(-2{,}4)$

Щ) $(-0{,}8\cdot1{,}2+1{,}06):(-0{,}5)$

Ъ) $-3\frac{7}{20}+\left(-0{,}25:\left(-\frac{1}{4}\right)-1{,}5:\left(-\frac{3}{16}\right)\right):\left(-4\frac{1}{11}\right)$

Ы) $\left(6\frac{8}{25}:(-1)-(-0{,}8)\cdot(-0{,}1)\right):\left(-0{,}25:1{,}25-1\frac{3}{5}:\left(-5\frac{1}{3}\right)\right)$

Ь) $\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)\cdot0{,}6-0{,}6:\left(-\frac{3}{5}\right)$

Э) $-5:\left(\left(-\frac{1}{5}-\frac{3}{4}\right):(-1{,}9)+\frac{1}{6}:(-2)\right)$

Ю) $\left(-0{,}864:1{,}2-0{,}2\cdot\left(-3{,}5\cdot\frac{9}{11}-\frac{9}{11}\cdot7{,}5\right)+0{,}92\right):\left(-\frac{4}{7}\right)$

Я) $\left(2{,}19\cdot(-5{,}4)\right):(-2{,}19)-\left(-1{,}25\cdot0{,}7\cdot(-8)\right):\left(-1\frac{5}{9}\right)-\left(0{,}21:(-0{,}1)\right)$

W) $\dfrac{\left(2\frac{5}{6}-7\frac{1}{9}\right)\cdot(-0{,}54):(-0{,}7)}{\left(\frac{4}{23}\cdot\left(-\frac{3}{19}\right)-\frac{4}{23}\cdot\left(-1\frac{3}{19}\right)\right)\cdot(-5{,}75)}$

Z) $\dfrac{(-0{,}009:0{,}01):\left(\frac{1}{6}-0{,}8+\frac{2}{3}\right)}{\left(-3\frac{6}{25}+\left(-\frac{1}{4}\right):(-0{,}02)-4{,}76\right)}$

Найдите последнюю цифру числа $1^2+2^2+3^3+\ldots+98^2+99^2$**.**

CL

4.34. Вычислите:

А) $-2:0,03-11\frac{2}{3}:(-1)$ Б) $\left(4,5-5\frac{1}{6}\right)\cdot(4,5:0,1)$ В) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^2:(-0,8)+2\frac{7}{9}\cdot(-1)$

Г) $0,125\cdot(-0,32)+\frac{5}{9}\cdot(-2,7)$ Д) $4,8:1\frac{5}{12}-1,75-(-1)^2$ Е) $\left(\left(-\frac{1}{5}\right)^2-0,25:\left(-\frac{1}{6}\right)\right):(-0,01)$

Ё) $(20,6\cdot4,5+7,35)\cdot(166,116:32,7)-498,264$ Ж) $\left(-0,5:1,25+1\frac{2}{5}:\left(-1\frac{4}{7}\right)-\frac{10}{11}\right)\cdot(-2,5)$

З) $\left(-1,632:(-0,8)+15,5\cdot(-0,4)-3,573\right):3,7+11,09$

И) $\dfrac{-3\frac{1}{3}\cdot\left(-2\frac{4}{15}\right):\frac{-6,8}{0,9}-1\frac{7}{9}\cdot(-0,75):\left(-\frac{1}{6}\right)}{-8\frac{1}{3}\cdot16,2:(-22,5)}$ Й) $\dfrac{\left(4,5\cdot1\frac{2}{3}-6,75\right)\cdot\frac{2}{3}}{\left(3\frac{1}{3}\cdot0,3+5\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}\right):2\frac{2}{3}}+\dfrac{1\frac{4}{11}\cdot0,22:0,3-0,96}{\left(0,2-\frac{3}{40}\right)\cdot1,6}$

К) $\dfrac{\left(6,829+\frac{14}{15}\cdot0,7-\left(5,629-\frac{14}{15}\cdot2,3\right)\right)-(-0,3)^2\cdot16\frac{2}{3}}{-1,25:\left(-\frac{5}{12}\right)+6:3\frac{11}{13}+5,684:(-1,4)}$ Л) $15,7-14,7:\left(-0,75+0,7:\left(-2\frac{1}{3}\right)\right)\cdot2,45$

М) $\dfrac{-0,02\cdot\left(6,2:0,31-\frac{5}{6}\cdot7,2\right)-1,52}{\frac{4}{11}\cdot(-2,2):(-0,1)-10}$ Н) $\dfrac{-1\frac{1}{3}\cdot\left(2+0,9\cdot\left(-\frac{5}{9}\right)\right):\left(-\frac{4}{9}\right)-2,7}{\left(-2\frac{4}{7}\cdot0,58-0,42\cdot2\frac{4}{7}\right)\cdot1\frac{5}{9}:\left(-2\frac{2}{3}\right)}$

О) $\left(5\frac{4}{17}+3\frac{7}{8}-7\frac{4}{17}\right)\cdot\left(-5\frac{1}{3}\right):(-6,25)$ П) $-1,8:(-1,2)+\left(3\frac{1}{12}-2\frac{1}{12}:\left(-\frac{15}{16}\right)-7\frac{1}{4}\right):\left(-\frac{7}{9}\right)$

Р) $12,5-12,5(0,726-5,562:5,4)$ С) $-0,24\cdot(-1,625):(38,1:7,5-4,3)+11,7:(-1,5)$

Т) $(37,8:7,5-2,6\cdot1,4)\cdot\left(-1\frac{5}{7}\right)+7:\left(-2\frac{1}{3}\right)$ У) $\left(7\frac{4}{9}-8\right)\cdot3,6-1,6\cdot\left(\frac{1}{8}-\frac{3}{4}\right)+1\frac{2}{5}:(-0,35)$

Ф) $\left(2\frac{8}{15}-1\frac{5}{18}-3\frac{1}{5}\right)\cdot(-3,6)$ Х) $\dfrac{0,2\cdot0,8-0,2\cdot1,8}{(-0,2)^3}$

Ц) $-10,045:4,9+5,1:\left(\left(9\frac{11}{14}-12\frac{1}{7}\right):\left(-3\frac{1}{7}\right)-7,5\cdot\left(-\frac{6}{25}\right)\right)$

Федя взял у Михаила Юрьевича книгу на три дня. В первый день он прочёл полкниги, во второй – треть оставшихся страниц, а в третий день он прочитал половину прочитанного за первые два дня. Успел ли Федя прочитать всю книгу за три дня?

CLI

Ч) $19,44:\left(\dfrac{\frac{5}{6}\cdot 2,4-1,5:\left(2\frac{3}{7}-1\frac{5}{14}\right)}{5\frac{1}{3}:\left(-2\frac{4}{7}\right)\cdot 3\frac{3}{8}:1,4}-\dfrac{\left(27\frac{2}{5}-36,2\right):1\frac{5}{6}}{4,04:(0,52+2,005)}\right)$

Ш) $\dfrac{-153,9:(-3,8)-\left(2\frac{1}{4}-\frac{5}{6}\right):\left(\frac{1}{6}-3\right)+156,8\cdot(-0,25)}{(-0,6)^2:0,2^3+(-5)^3\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)^2-(-2)^4}$

Щ) $\dfrac{\left(-4\frac{3}{20}+1\frac{5}{12}-\frac{4}{15}\right)\cdot 0,6-0,6}{1,6-1,6\cdot 3\frac{1}{7}}-\dfrac{0,0032:(-0,4)^3+0,07\cdot 20}{(1,3-1,236:1,2):(-0,03)\cdot\frac{1}{6}}$

Ъ) $\dfrac{\left(-2,75\cdot 2\frac{2}{11}-1\frac{7}{8}\cdot(-3,2)\right):\left(2\frac{9}{40}-0,275\right)}{2,47:0,26+(-1)}$

4.35. Вычислите по действиям:

А) $1\frac{1}{22}\cdot 3\frac{2}{3}-\left(2\frac{5}{6}+\left(-3\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-\frac{7}{23}\right)\right)\cdot 0,6$

Б) $\left(1\frac{9}{16}\cdot 3,2+16\frac{2}{3}+9:(-2,4)\right):\left(17\frac{7}{12}-6\frac{1}{3}\right)$

В) $\left(5,07:\frac{1}{20}-23,4:\frac{13}{50}\right)\cdot 0,25+0,074\cdot\frac{1}{2}$

Г) $\left(-31,7:63,4-23,4:(-1,17)\right)\cdot(-2,4)$

Д) $\left(-1,2+4,32:(-1,8)\right):(-0,001)\cdot(-0,3)$

Е) $-2\frac{2}{3}+2\frac{1}{3}\cdot\left(-15\frac{3}{7}-(-4,8):\frac{4}{15}\right)$

Ё) $\left(1\frac{18}{25}-9,12-7,4\cdot\left(-6\frac{1}{3}\right)\right):5\frac{1}{3}$

Ж) $\left(-6\frac{7}{8}+1,375-5\frac{1}{2}\cdot 0,73\right):(-1,73)$

З) $\left(3,25-\left(-2\frac{1}{6}\right)\right):(-2,6)+\frac{2}{3}:\left(-\frac{4}{9}\right)$

И) $\dfrac{2,1\cdot(-4,5)\cdot 0,14\cdot(-0,6)}{-1,2\cdot(-0,49)\cdot 0,9}$

Й) $2,5-\left(-3\frac{1}{3}\right)-6\frac{5}{7}+1\frac{5}{14}$

К) $\left(2,25-\left(-4\frac{5}{6}\right)\right):(-3,4)+0,75:(-0,6)$

Л) $\dfrac{-5,6\cdot 0,38\cdot(-4,2)}{-1,9\cdot(-4,9)\cdot 0,96\cdot 0,4}$

М) $3,4-\left(-5\frac{1}{6}\right)-11\frac{5}{12}+1\frac{11}{18}$

Придумайте десять последовательных натуральных чисел, среди которых А) нет ни одного простого числа; Б) ровно одно простое число; В) ровно два простых числа; Г) ровно три простых числа; Д) ровно четыре простых числа. А может ли среди десяти последовательных натуральных чисел быть 5 простых чисел?

Н) $\dfrac{(-3,2)\cdot 4,9\cdot 8,5\cdot(-0,5)}{2,4\cdot(-0,035)\cdot 5,1}$

О) $\dfrac{2,2\cdot(-3,7)\cdot 0,81\cdot(-0,16)\cdot 5,5}{(-1,21)\cdot(-0,74)\cdot(-0,036)\cdot 1,8}$

П) $2\frac{1}{2}-3\frac{1}{3}+4\frac{1}{4}-5\frac{1}{5}+6\frac{1}{6}$

Р) $\left(\left(-8\frac{2}{9}\right)\cdot\left(-1\frac{14}{37}\right)-17\frac{5}{6}\right)\cdot 1\frac{5}{39}$

С) $2\frac{3}{8}-\left(-1\frac{8}{9}\right)-5\frac{7}{36}+8\frac{11}{24}$

Т) $2\frac{3}{8}-\left(-1\frac{8}{9}\right)-5\frac{7}{36}-8\frac{11}{24}$

У) $(-2,5)^2:(-1,25)-5,3$

Ф) $\left(-9,2:4\frac{3}{5}+3\frac{1}{4}\right)\cdot(-0,8)$

Х) $4\frac{4}{7}-0,38-2\frac{2}{3}-1,62+1\frac{3}{7}-1\frac{1}{3}$

Ц) $\dfrac{\left(3\frac{5}{7}:\left(-\frac{13}{14}\right)-7,5\right):(-5,75)-\left(-2\frac{2}{3}\right)}{9-\left(5\frac{5}{6}-8\frac{1}{3}:5\frac{5}{9}\right):\left(-2\frac{4}{11}\right)}$

Ч) $\left(-6\frac{1}{3}+4\frac{2}{3}\right)-(-7,6-12,4)$

Ш) $\left(-3,25-2\frac{1}{3}\right):\left(-2\frac{1}{6}\right)-31\frac{1}{2}:\left(-\frac{7}{12}\right)$

Щ) $-4\frac{1}{7}+2\frac{1}{4}\cdot\left(-11\frac{2}{9}-(-5,4):\frac{9}{35}\right)$

Ъ) $\left(-5\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{11}-0,2\right)\cdot\left(-3\frac{7}{11}\right)$

Ы) $-\frac{7}{18}\cdot\left(-1\frac{4}{7}\right)+\left(-\frac{4}{21}\right)\cdot 10\frac{1}{2}$

Ь) $\left(-8\frac{5}{7}-6\frac{5}{6}:\left(-1\frac{5}{36}\right)\right):(-4,75)$

Э) $\dfrac{-5,4\cdot 3,9\cdot(-0,02)}{0,42\cdot(-0,18)\cdot(-2,6)}$

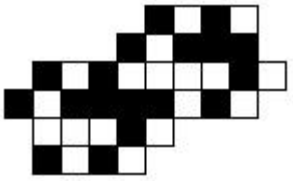
Ю) $\dfrac{10,2:\left(18,5-\left(5\frac{2}{3}\cdot 1,75-3\frac{2}{3}\cdot 1,75\right):2\frac{1}{3}\right)}{80,64:1,6-3,4:\frac{1}{6}}$

Я) $\dfrac{-\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{7}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{1}{21}\cdot\left(-\frac{2}{15}\right)\cdot 4}+\dfrac{\frac{5}{8}-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}-\frac{7}{12}-\frac{1}{4}}$

W) $\dfrac{(1,47:1,4-1,5)\cdot\left(-3\frac{2}{3}\right):(-2,7)}{\left(-\frac{7}{18}+\frac{5}{12}\cdot(-0,4)\right):4\frac{1}{6}-\frac{1}{6}}$

Z) $\dfrac{3,6:(-0,09)+28\frac{3}{7}}{0,2\cdot 6\frac{1}{7}-1,5\cdot 0,2-0,2\cdot 1\frac{3}{7}}+\dfrac{-5,7:18,5\cdot 3,7}{0,7\cdot 1,9:(-2,8)}-\dfrac{1\frac{5}{8}+9\frac{7}{12}-20\frac{11}{24}}{3\frac{1}{24}-1,5}$

Разрежьте изображенную на рисунке фигуру на четыре одинаковые части так, чтобы из них можно было сложить квадрат размером 6×6 с шахматной раскраской.



4.36. Вычислите рациональным способом:

А) $7{,}8+3\frac{5}{8}-2{,}8-3\frac{3}{8}$

Б) $4\frac{3}{8}-3\frac{3}{7}-9{,}5+5\frac{1}{8}$

В) $4\frac{9}{14}-\frac{5}{12}-3\frac{3}{14}-3\frac{1}{12}+1\frac{1}{14}$

Г) $3\frac{1}{3}-0{,}8-2\frac{3}{4}+2{,}5+0{,}3+1\frac{1}{12}$

Д) $-2\cdot(-50)\cdot 6\cdot 12$

Е) $11\cdot(-4)\cdot(-7)\cdot 25$

Ё) $-0{,}2\cdot 0{,}8\cdot(-5)\cdot(-1{,}25)$

Ж) $-\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{5}{14}\right)\cdot\left(-\frac{3}{8}\right)\cdot\frac{7}{5}$

З) $-3\frac{1}{3}\cdot\left(-1\frac{2}{7}\right)\cdot(-3)\cdot(-7)$

И) $-0{,}2\cdot 2\frac{3}{5}\cdot(-0{,}5)\cdot\left(-\frac{5}{13}\right)$

Й) $0{,}3\cdot(-0{,}6)-(-0{,}7)\cdot(-0{,}6)$

К) $8\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+7\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)$

Л) $-\frac{2}{11}\cdot 0{,}8+0{,}3\cdot\left(-\frac{2}{11}\right)$

М) $\left(-\frac{2}{7}-\frac{3}{4}\right)\cdot(-28)$

Н) $\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{4}\right)\cdot 20$

О) $\left(-1\frac{1}{2}-1\frac{1}{7}\right)\cdot 14$

П) $-2{,}7\cdot 7\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{4}{11}\right)\cdot\left(-1\frac{1}{9}\right)\cdot 0{,}625$

Р) $-4\frac{3}{7}\cdot 0{,}375:7{,}75\cdot(-0{,}9)\cdot 1\frac{13}{15}:\left(-\frac{3}{5}\right)^2$

С) $7\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{9}{11}\right):4{,}6\cdot(-2{,}75):3\frac{3}{4}$

Т) $-5{,}4\cdot\left(-1\frac{2}{9}\right):3{,}75\cdot\left(-4\frac{1}{6}\right)$

У) $-3\frac{3}{5}:\left(-1\frac{5}{12}\right)\cdot(-6{,}8)\cdot 9\frac{3}{8}:\left(-1\frac{2}{7}\right)$

Ф) $-3{,}52\cdot 2{,}4-1{,}48\cdot 2{,}4$

Х) $-2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2\cdot(-2)^3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^4\cdot(-2)^5\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^6\cdot(-2)^7$

Ц) $\dfrac{0{,}3\cdot\left(-1\frac{1}{3}\right)\cdot 0{,}15}{-1{,}2\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot 0{,}36}$

4.37. Вычислите наиболее удобным способом:

А) $4\frac{2}{3}+1\frac{1}{3}\cdot 3-9\frac{1}{6}$

Б) $\frac{13}{15}-2\frac{1}{4}\cdot 4+2\cdot 2\frac{2}{5}$

В) $2\frac{3}{4}+\left(3\frac{1}{5}-3\frac{7}{10}\right)\cdot 1\frac{1}{4}$

Г) $\left(2{,}125\cdot 1\frac{15}{17}-1\frac{7}{12}\right):7{,}25$

Д) $\left(7{,}42\cdot\frac{5}{9}-(-11{,}48):1\frac{4}{5}\right):0{,}35$

Е) $\left(-5{,}17:1\frac{3}{4}+1{,}67\cdot\frac{4}{7}\right)\cdot\left(-1\frac{1}{11}\right)$

Ё) $\left(0{,}319\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)-1{,}781:3{,}5\right):0{,}048$

Ж) $\left(0{,}014\cdot 1\frac{2}{3}-0{,}286:(-0{,}6)\right):(-0{,}025)$

З) $0{,}815\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{6}\cdot(-4{,}385)+0{,}815\cdot\frac{1}{6}-(-4{,}385)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$

И) $(-14{,}09)\cdot 2\frac{1}{6}-6{,}31\cdot\left(-1\frac{1}{2}\right)-2\frac{1}{6}\cdot 6{,}31+\left(-1\frac{1}{2}\right)\cdot(-14{,}09)$

Й) $74{,}7\cdot\frac{2}{21}+(-105{,}3)\cdot 2\frac{3}{7}-(-105{,}3)\cdot\frac{2}{21}-2\frac{3}{7}\cdot 74{,}7$

К) $6\frac{1}{10}\cdot 2{,}391-0{,}109\cdot 1\frac{5}{6}-1\frac{5}{6}\cdot 2{,}391+0{,}109\cdot 6\frac{1}{10}$

Числовая прямая: модуль и противоположные числа. Сравнение чисел.

Определение. **Модулем** числа a называется расстояние от числа a до нуля на числовой прямой. Обозначение: $|a|$. В частности, модуль любого числа является неотрицательным числом.

Определение. Два числа называются **противоположными**, если они находятся на одном расстоянии, но по разные стороны от нуля.

Пусть a – данное число. Тогда противоположное число получается, если умножить a на -1. То есть число, противоположное числу a, равно $-1 \cdot a$. Поэтому для противоположных чисел придумано специальное обозначение: $-a$. Итак, противоположное числу a число обозначается как $-a$.

Определение. Натуральные числа, противоположные числа и нуль называют целыми числами. Таким образом, целые числа – это 1, 2, 3, …, 0, –1, –2, –3, … Множество натуральные числа обозначают буквой $\mathbb{N}$, а множество целых чисел обозначают буквой $\mathbb{Z}$.

4.38. Для данного числа укажите модуль и противоположное число:

А) 57 Б) -6 Г) 31 Д) -4 Е) 0 Ё) -57 Ж) $-1\frac{1}{3}$

З) $-0,05$ И) $-4\frac{2}{23}$ Й) $55,4$ К) $-9,02$ Л) $-1,0057$ М) 100 Н) -1000

О) $\frac{1}{3}$ П) $-\frac{9}{14}$ Р) $2\frac{6}{7}$ С) $-\frac{8}{199}$ Т) $5\frac{9}{11}$ У) $-0,98$ Ф) $-\frac{2}{41}$

4.39. Найдите значение выражения:

А) $|-8|-|-5|$ Б) $|-10|\cdot|-15|$ В) $|240|:|-80|$ Г) $|-710|+|-290|$

Д) $|-2,3|+|3,7|$ Е) $|-4,7|-|-1,9|$ Ё) $|28,52|:|-2,3|$ Ж) $|0,1|\cdot|-10|$

З) $\left|-\frac{4}{5}\right|-\left|-\frac{2}{3}\right|$ И) $\left|-2\frac{1}{3}\right|\cdot\left|\frac{9}{14}\right|$ Й) $\left|3\frac{1}{7}\right|-\left|-1\frac{9}{14}\right|$ К) $\left|-8\frac{1}{3}\right|:\left|\frac{5}{9}\right|$

Л) $\left|\frac{7}{9}\right|+\left|-\frac{1}{3}\right|$ М) $\left|\frac{7}{9}-\frac{1}{3}\right|$ Н) $\left|-\frac{5}{18}\right|+\left|-\frac{1}{6}\right|$ О) $\left|-\frac{5}{18}-\frac{1}{6}\right|$

П) $\left|-2\frac{3}{14}\right|+\left|-1\frac{5}{7}\right|-\left|-\frac{19}{21}\right|$ Р) $\left|-2\frac{3}{14}-1\frac{5}{7}+\frac{19}{21}\right|$ С) $-|-4|:\left|-1\frac{1}{3}\right|$ Т) $-|-7|:\left|-1\frac{1}{6}\right|$

4.40. Запишите без скобок:

А) $-(-9)$ Б) $-(-10)$ В) $-(-(-57))$ Г) $-(-(-(-0,1)))$ Д) $-(-a)$

Е) $-(-(-a))$ Ё) $-(-(-(-(-a))))$ Ж) $\underbrace{-(-(\ldots-(-a)))}_{\text{57 минусов}}$ З) $\underbrace{-(-(\ldots-(-a)))}_{\text{2010 минусов}}$

Дано 101 натуральное число. Докажите, что из этих чисел можно выбрать два числа, разность которых делится на 100.

4.41. Докажите, что модули противоположных чисел равны, то есть $|a|=|-a|$ при любом значении a.

4.42. Решите уравнение:

А) $-x=607$ Б) $-a=30,4$ В) $-y=-57$ Г) $-y=-3\frac{15}{16}$ Д) $-t=0$

Е) $-b=-5,67$ Ё) $-x=-0,01$ Ж) $-x=0,02$ З) $-b=-5,7$ И) $-z=-\frac{5}{7}$

4.43. Верно, или неверно утверждение? Если верно – объясните, пожалуйста. Если неверно – приведите контрпример, пожалуйста.

А) Если $a=b$, то $|a|=|b|$.

Б) Если $|a|=|b|$, то $a=b$.

В) Если $a<b$, то $|a|<|b|$.

Г) Если $|a|<|b|$, то $a<b$.

Д) Если $|a|<b$, то $a<b$.

Е) Если $a<|b|$, то $a<b$.

4.44. Известно, что $|a|<|b|$. Как могут быть расположены на числовой прямой числа a и b. Перечислите все возможные случаи. Схематично изобразите все случаи на числовой прямой.

4.45. Известно, что $|a|<|b|<|c|$. Как могут быть расположены на числовой прямой числа a, b и c. Перечислите все возможные случаи. Схематично изобразите все случаи на числовой прямой.

4.46. Известно, что $|a|<|b|<|c|<|d|<|e|$. Сколько существует различных способов расположения чисел a, b, c и d на числовой прямой?

4.47. Сравните числа:

А) 0 и 3 Б) 0 и –5 В) 8 и 0 Г) –7 и 0 Д) –2 и 3

Е) –7 и 1 Ё) 1 и –10 Ж) 3 и –3 З) 1 и 8 И) –5 и –3

Й) –5 и –10 К) –2 и –5 Л) 8,9 и 9,2 М) –240 и 3,2 Н) –5,5 и –7,2

О) –96,9 и –90,3 П) –1000 и 0 Р) $-\frac{3}{5}$ и $\frac{1}{7}$ С) $-2\frac{3}{5}$ и $-4\frac{1}{2}$ Т) $-\frac{2}{15}$ и $\frac{3}{4}$

У) 3 и $-\frac{2}{3}$ Ф) $-\frac{3}{4}$ и $-\frac{4}{5}$ Х) $-2\frac{2}{5}$ и $3\frac{3}{7}$ Ц) $-\frac{7}{10}$ и $-\frac{3}{8}$ Ч) $-\frac{5}{6}$ и $-\frac{11}{24}$

Ш) $-2\frac{2}{7}$ и $-\frac{5}{7}$ Щ) $-5\frac{5}{14}$ и $-5\frac{8}{21}$ Ъ) $-3,15$ и $-3,23$ Ы) $\frac{4}{15}$ и $0,28$ Ь) $-\frac{4}{9}$ и $-\frac{7}{15}$

Э) –3542 и –2763 Ю) $-65,43$ и $-65,39$ Я) $-\frac{3}{5}$ и $-0,7$ W) $-1,16$ и $-1\frac{1}{5}$

Имеется 5 листов бумаги. Некоторые из них разрывают на 4 части, из полученных листков некоторые снова разрывают на 4 части и т.д. Может ли в какой-то момент времени оказаться 57 листочков?

4.48. Сравните числа:

А) $-\frac{4}{5}$ и $-\frac{3}{4}$ Б) $-0,8$ и $-\frac{2}{3}$ В) -2 и 5 Г) 3 и $-3,4$

Д) $\frac{3}{11}$ и $\frac{2}{11}$ Е) $-\frac{3}{11}$ и $-\frac{2}{11}$ Ё) $-5,12$ и $-5,72$ Ж) -1 и -7

З) $-2,8$ и -4 И) $-\frac{5}{6}$ и $-3\frac{1}{6}$ Й) $-19,2$ и $-8,9$ К) 2 и $-4,5$

Л) $-59,9$ и -60 М) $-95,3$ и $0,24$ Н) $-1,8$ и $-1,6$ О) $-\frac{1}{9}$ и $-\frac{1}{7}$

П) $2,6$ и $-6,2$ Р) $-\frac{7}{8}$ и $-\frac{8}{9}$ С) $-0,2$ и $-0,03$ Т) $-2\frac{4}{15}$ и $-3\frac{2}{15}$

У) $-8,06$ и $-7,5$ Ф) $-\frac{5}{6}$ и $-\frac{11}{14}$ Х) $-4,009$ и $-4,01$ Ц) $-9\frac{7}{16}$ и $-9\frac{5}{12}$

Ч) $-0,048$ и $-0,05$ Ш) $-2\frac{5}{7}$ и $-2\frac{8}{11}$ Щ) $-1\frac{4}{9}$ и $-1,4$ Ъ) $-0,1$ и $-0,09$

Ы) $-1,28$ и $-1,2801$ Ь) -100 и $-99,9999$ Э) $-5\frac{23}{31}$ и $-2,77$ Ю) $-5,7$ и $-5\frac{71}{99}$

4.49. Какие цифры можно написать вместо $*$, чтобы получилось верное неравенство:

А) $-3841 < -384*$ Б) $-5*83 > -5183$ В) $-*5,44 > -25,44$

Г) $-999,* > -999,1$ Д) $-\frac{5}{7} < -\frac{*}{7}$ Е) $-\frac{*}{8} > -\frac{3}{4}$

4.50. Какие целые числа расположены на числовой прямой между числами?

А) -8 и -5 Б) -3 и 0 В) -2 и 2 Г) $-3,6$ и $4,2$ Д) $-\frac{4}{5}$ и 3

Е) $2\frac{2}{5}$ и $5\frac{3}{7}$ Ё) $-7\frac{1}{3}$ и $-4\frac{4}{5}$ Ж) -11 и $-3\frac{6}{7}$ З) $-12,4$ и $1,2$ И) $-0,3$ и $0,01$

Й) $-0,9$ и $15,6$ К) $-11\frac{4}{5}$ и $-9,67$ Л) $-18,99$ и $6,77$ М) $-7\frac{3}{7}$ и $-7,1$ Н) $-12,3$ и 0

4.51. Между какими целыми числами на числовой прямой расположено число?

А) $2,6$ Б) -3 В) 0 Г) $-6\frac{1}{3}$ Д) $-0,8$ Е) 57 Ё) -100

Ж) $-6\frac{1}{23}$ З) $7,01$ И) $0,03$ Й) $-0,99$ К) $-6\frac{5}{7}$ Л) $4\frac{2}{3}$ М) $-8\frac{3}{19}$

Найдите два прямоугольника, у которого периметр численно равен площади.

4.52. Найдите все целые решения неравенства:

А) $-2 \le x \le 4$ Б) $-2 < x < 4$ В) $-2 \le x < 4$ Г) $-2 < x \le 4$

Д) $-10 < x \le -6$ Е) $-5 \le x < 4$ Ё) $-8 \le x \le 0$ Ж) $-3 \le x < 1$

З) $-5 < x \le -0,5$ И) $-2,7 < x < 2,7$ Й) $-7\frac{2}{3} < x < -5,7$ К) $-1,01 < x \le 0,23$

4.53. Сравните числа:

А) $-1\frac{3}{4}$ и $-1,85$ Б) $-1\frac{3}{4}$ и $1,85$ В) $-78,9$ и 0 Г) $-3,06$ и $-2,6$

Д) $3,06$ и $-2,6$ Е) $-9,4$ и $-9,2$ Ё) $-2\frac{1}{3}$ и $-2\frac{1}{5}$ Ё) $2\frac{1}{3}$ и $-2\frac{1}{5}$

Ж) $-4\frac{5}{11}$ и $-4\frac{7}{13}$ З) $-12,45$ и $-12,35$ И) $-7\frac{5}{6}$ и $-7,8$ Й) $-7,1$ и $-7\frac{11}{101}$

4.54. Расположите числа в порядке возрастания:

А) -30; -32; $-29,9$; $-28,05$; $-30,01$; $-29,99$; $-30,005$; -31; $-28,5$; $-31,99$

Б) $-0,9$; 0; $-1,5$; $-1,55$; $-0,908$; -1; -2; $-1,99$; $-1,05$; $-0,97$; $-1,2$; $-1,19$

В) $8,5$; $-2,19$; $-2,9$; -15; $-9\frac{1}{3}$; $-16,4$; 3; $-9,2$

Г) $-7,8$; -60; 0; $-52\frac{4}{7}$; $-0,4$; $-39,6$; $7,2$; $5,6$; $-18\frac{6}{7}$; $-21,5$

Д) $-17,5$; $6,2$; 0; $-25\frac{2}{3}$; $-4\frac{2}{9}$; $-6,8$; $2\frac{4}{9}$; $-0,2$; $19,6$; $-1,96$; $-2,06$; $19\frac{6}{7}$; $-\frac{2}{3}$; $91,2$; -2

4.55. Известно, что a и b – положительные числа, m и n – отрицательные. Сравните:

А) 0 и a Б) 0 и m В) $-n$ и 0 Г) a и n Д) m и b Е) n и $-m$

Ё) $-a$ и b Ж) $-m$ и $-a$ З) $-b$ и $-n$ И) a и $|a|$ Й) $|m|$ и m К) $|-n|$ и $-n$

4.56. Решите уравнение:

А) $|x| = 3$ Б) $|x| = 7$ В) $|x| = 3,45$ Г) $|x| = 0$ Д) $|x| = -1$

Е) $|x| = 11,5$ Ё) $|x| = 19\frac{56}{57}$ Ж) $|x| = -7,77$ З) $|x| = -0,001$ И) $|x| = 0,001$

4.57. Нарисуйте на числовой прямой все такие числа x, которые удовлетворяют условию:

А) $|x| \le 3$ Б) $|x| \ge 2$ В) $|x| < 1$ Г) $|x| > 3$ Д) $1 \le |x| \le 3$

Е) $0,5 < |x| \le 1$ Ё) $3 \le |x| < 4$ Ж) $0 < |x| < 5$ З) $|x| > -1$ И) $1,5 < |x| < 5$

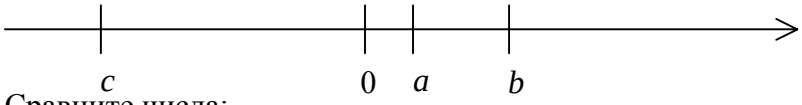
Й) $|x| \ge 2,5$ К) $|x| \le 3,5$ Л) $|x| > \frac{2}{3}$ М) $|x| < 1\frac{2}{3}$ Н) $1\frac{1}{4} \ge |x| > \frac{1}{2}$

Главное здание МГУ состоит из нескольких секторов. Этажи в разных секторах отличаются по высоте. Из-за этого, например, получается, что переходы с 13 этажа сектора А ведут на 19 этаж секторов Б и В. Как соотносятся по высоте этажи в этих секторах?

4.58. Перечислите все целые числа, удовлетворяющие неравенству:

А) $0,8 < |x| < 4$ Б) $2 < |x| < 5,4$ В) $1 \le |x| \le 6,5$ Г) $2 < |x| \le 8$ Д) $1 < |x| < 3$

4.59. Числа a, b и c расположены на числовой прямой следующим образом:

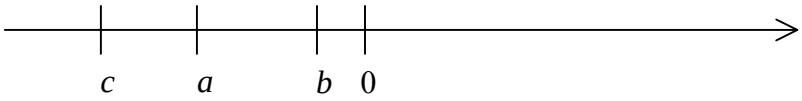


Сравните числа:

А) c и b Б) $|c|$ и b В) $-b$ и c Г) a и $-c$ Д) $|b|$ и $|a|$

Е) $-a$ и $-b$ Ё) $-c$ и c Ж) $-a$ и $-|b|$ З) a и $|a|$ И) $-c$ и $|c|$

4.60. Числа a, b и c расположены на числовой прямой следующим образом:

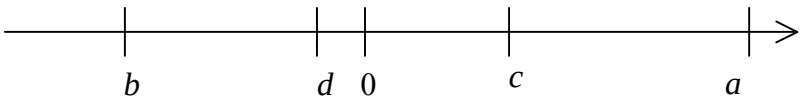


Сравните числа:

А) b и a Б) c и a В) $|c|$ и $|a|$ Г) $|b|$ и $|a|$ Д) $-b$ и $-c$

Е) c и $-|c|$ Ё) $|a|$ и $-c$ Ж) $-b$ и a З) $-a$ и $|a|$ И) $-b$ и $|a|$

4.61. Числа a, b, c и d расположены на числовой прямой следующим образом:

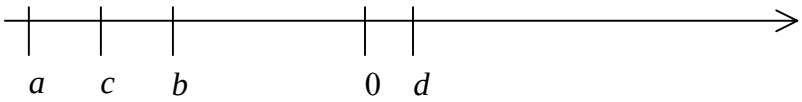


Сравните числа:

А) b и d Б) $-c$ и d В) $-b$ и c Г) $-a$ и b Д) $|d|$ и c

Е) $|a|$ и $|b|$ Ё) $|d|$ и $|b|$ Ж) $-|a|$ и $-|d|$ З) $-|c|$ и d И) $-|a|$ и $-|b|$

4.62. Числа a, b и c расположены на числовой прямой следующим образом:



Сравните числа:

А) c и b Б) $|a|$ и $|c|$ В) $|c|$ и $|b|$ Г) $|a|$ и $|d|$ Д) $-b$ и d

Е) $-b$ и $-c$ Ё) b и $-|b|$ Ж) $-|d|$ и b З) $-a$ и $-c$ И) $-|c|$ и $-|a|$

Над озёрами летели гуси. На каждом озере садилась половина гусей и ещё полгуся, остальные летели дальше. Все гуси сели на семи озёрах. Сколько было гусей?

Федя и Соня взвешивают свои (перегруженные книжками и тетрадками!) портфели. Федя взвесил свой портфель: весы показали 30 кг! Соня взвесила свой портфель: весы показали 20 кг! А когда Федя и Соня положили портфели на весы вместе, весы показали 60 кг!

– Разве $20 + 30 = 60$? – удивилась Соня.

– Просто у весов сдвинута шкала! – догадался Федя. – Весы всегда показывают вес, который отличается на некоторую фиксированную величину от истинного.

Сколько же весят портфели на самом деле?

Глава 5. Введение в алгебру.
Раскрытие скобок и приведение подобных слагаемых.

5.1. Вынесите за скобки общий множитель:

А) $7\cdot 51+7\cdot 29$

Б) $4\frac{1}{3}\cdot 35-20\cdot 4\frac{1}{3}$

В) $3,75\cdot 2,2+6,8\cdot 2,2$

Г) $5\frac{5}{7}\cdot 5\frac{1}{2}+5\frac{5}{7}\cdot 5\frac{1}{3}+5\frac{5}{7}\cdot 3\frac{1}{6}$

Д) $4,3\cdot 6,7-6,7\cdot 4,4$

Е) $5,9\cdot 3,04-5,9\cdot 4,004+5,9\cdot 2,064$

Ё) $6\frac{4}{9}\cdot 5\frac{6}{29}-6\frac{4}{9}\cdot 6\frac{3}{28}$

Ж) $37\cdot 9+111\cdot 27$

З) $45\cdot 19+75\cdot 9$

И) $68\cdot 95+34\cdot 105+205\cdot 34$

Й) $8\cdot 71+8\cdot 39$

К) $2,5\cdot 7,82+6,18\cdot 2,5$

Л) $6\frac{3}{7}\cdot 3\frac{2}{11}+6\frac{3}{7}\cdot 3\frac{9}{11}$

М) $5,06\cdot 6,78-5,06\cdot 5,78$

Н) $3,05\cdot 2,2-3,05\cdot 2,4$

О) $3,4\cdot 4,5+2,26\cdot 4,5+7,34\cdot 4,5$

П) $6,97\cdot 5\frac{5}{57}+5\frac{5}{57}\cdot 5,56-11,53\cdot 5\frac{5}{57}$

Р) $6\frac{3}{7}\cdot 3\frac{2}{11}-6\frac{3}{7}\cdot 3\frac{9}{11}$

С) $11\cdot 37+11\cdot 43$

Т) $3,5\cdot 8,57+7,43\cdot 3,5$

У) $7\frac{2}{9}\cdot 4\frac{6}{13}+7\frac{2}{9}\cdot 4\frac{7}{13}$

Ф) $9,13\cdot 8,7-8,13\cdot 8,7$

Х) $4,15\cdot 3,7-4,1\cdot 4,15$

Ц) $7\frac{2}{9}\cdot 4\frac{6}{13}-7\frac{2}{9}\cdot 4\frac{7}{13}$

Ч) $8,43\cdot 57\frac{5}{7}+57\frac{5}{7}\cdot 2,75-10,18\cdot 57\frac{5}{7}$

Ш) $6,89\cdot 7,5+5,02\cdot 7,5+1,09\cdot 7,5$

5.2. Вычислите наиболее удобным способом:

А) $25,9+17,7+13,1-8,7$

Б) $3\frac{1}{3}-5\frac{5}{7}+12\frac{2}{3}-8,2+17\frac{5}{7}+57,2$

В) $7\cdot 34+7\cdot 16$

Г) $5\frac{2}{3}+7\frac{9}{14}+6\frac{4}{9}-10\frac{1}{9}-2\frac{3}{7}$

Д) $2\frac{1}{3}\cdot 4\frac{5}{7}+2\frac{1}{3}\cdot 4\frac{2}{7}$

Е) $5,5\cdot 4,4+5,5\cdot 2,3-5,5\cdot 3,7$

Ё) $8,9\cdot 5,7+8,9\cdot 7,5+13,2\cdot 11,03-13,2\cdot 2,13$

Ж) $7,3\cdot 9,08+5,3\cdot 13,303-7,3\cdot 8,78-5,3\cdot 10,003$

З) $4\frac{2}{3}+1\frac{1}{3}\cdot 3-9\frac{1}{6}$

И) $\left(1\frac{18}{25}-9,12+7,4\cdot 6\frac{1}{3}\right):5\frac{1}{3}$

К) $\left(7,42\cdot\frac{5}{9}+11,48:1\frac{4}{5}\right):0,35$

Л) $\left(0,319\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)-1,781:3,5\right):0,048$

М) $\left(-5,17:1\frac{3}{4}+1,67\cdot\frac{4}{7}\right)\cdot\left(-1\frac{1}{11}\right)$

Н) $0,815\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{6}\cdot(-4,385)+0,815\cdot\frac{1}{6}-(-4,385)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$

О) $\left(0,014\cdot 1\frac{2}{3}-0,286:(-0,6)\right):(-0,025)$

П) $(-14,09)\cdot 2\frac{1}{6}-6,31\cdot\left(-1\frac{1}{2}\right)-2\frac{1}{6}\cdot 6,31+\left(-1\frac{1}{2}\right)\cdot(-14,09)$

Р) $74,7\cdot\frac{2}{21}+(-105,3)\cdot 2\frac{3}{7}-(-105,3)\cdot\frac{2}{21}-2\frac{3}{7}\cdot 74,7$

Слагаемые, имеющие одинаковую буквенную часть, называется подобными слагаемыми. Чтобы сложить (привести) подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

5.3. Приведите подобные слагаемые:

А) $x+x$

Б) $y+2y$

В) $3z-7z$

Г) $x+2x+4x$

Д) $x-x$

Е) $a-2a$

Ё) $b+11b$

Ж) $-c+44c$

З) $-3c+18c$

И) $12c-15c$

К) $0,5c-2c$

Л) $-3x+7x$

М) $s+2s+4s$

Н) $3a+7a+11a$

О) $a+3b+2a+5b$

П) $a-3c-4c+7a$

Р) $-x+3a-6a-7x$

С) $x+3a+6b-2x-3a-b$

Т) $17a-20b+10b-20a$

У) $-10a-14b+11a+11b$

Ф) $-12a-13-a+15$

Х) $1-5a+2b-4-a-5b$

Ц) $25-x-2y+3x-5y$

Ч) $3a-8x-15a+6x$

Ш) $a+b+c-12a+13b-14c$

Щ) $-18+13a-7b+11$

Ь) $21-a-b-8-25a$

Ы) $2a-20b-20a+2b$

Ъ) $7c-13x+7x-8c$

Э) $6a-9b-6x+10b-7a-6x$

Ю) $-3a-4b-4a-3b$

Я) $-57a+32+57a-17$

W) $2\frac{1}{7}a+4\frac{6}{7}a$

5.4. Приведите подобные слагаемые:

А) $-t-t$

Б) $-2q-3q+5q$

В) $2x+7y-9y-3x$

Г) $8x+6-17x-9$

Д) $7a+5b-3c-a-8b-11c$

Е) $2z+7z-11+2a$

Ё) $9a-10a+11a$

Ж) $2b-3a-18b+17a$

З) $\frac{1}{9}a+a$

И) $2s-5a-17a+24s$

К) $2-4s-d+5s-5d$

Л) $2\frac{1}{11}a+3\frac{5}{11}a$

М) $11-8a-9+12a+b-3b$

Н) $3a-8b-c+4c+10a-12b$

О) $2a-7b-11b+13a$

П) $0,2a-a$

Р) $4a-17-88a+177$

С) $2a+7b-6a-107b+4a$

Т) $2x+5y-7t-x-y+8t$

У) $3-a-s+5a-6s$

Ф) $4-f+4d-5-f-5d$

Х) $4k-88l+44l-9k$

Ц) $0,3a-2a$

Ч) $90-88d+55a-2d+5a$

Ш) $x+2y+3z+4-2x-3y-4z-5$

Щ) $4s-6t-8y-8y-6t-44s$

Ь) $4x+7y-8z+3x-11y-15z$

Ы) $5a+3a+b+5b-14a-21b$

Ъ) $r+2s+r+3s+r-6s-7r$

Э) $4s-8y-11y-6s$

Ю) $1\frac{1}{2}a-4y-5a+5b-7y$

Натуральные числа a и b таковы, что $34a=43b$. Докажите, что число $a+b$ – составное.

5.5. Приведите подобные слагаемые:

А) $-9x+7x-5x+2x$ Б) $5a-6a+2a-10a$ В) $11p+2p+20p-7p$

Г) $-3,8k-k+3,8k+k$ Д) $a+6,2a-6,5a-a$ Е) $-18n-12n+7,3n+6,5n$

Ё) $\frac{2}{9}m+\frac{2}{9}m-\frac{3}{9}m-\frac{5}{9}m$ Ж) $\frac{2}{3}a-\frac{1}{6}a+\frac{1}{2}a-\frac{1}{12}a$ З) $b+0,4b-\frac{1}{5}b-\frac{1}{2}b$

И) $10a+b-10b-a$ Й) $-8y+7x+6y+7x$ К) $-8x+5,2a+3x+5a$

Л) $5a+7a-9,2a+15m$ М) $\frac{2}{7}x-\frac{4}{9}y-\frac{5}{14}x+\frac{2}{3}y$ Н) $-6a+5a-x+4$

О) $23x-23+40+4x$ П) $-a+x+1,1a-1,3x$ Р) $-12p+3k+3,2p-2,3k$

С) $0,5a-\frac{2}{3}b-\frac{2}{5}a-\frac{1}{b}$ Т) $2\frac{3}{7}x+7\frac{2}{21}x$ У) $8,2x+9,1x-20,4x$

Ф) $7,8x-9,3x+5,7x$ Х) $7,901x+3,04x+3,89x+4,96x$ Ц) $x-3,5x+4\frac{2}{9}x$

Ч) $-x-3,4x+1,1x$ Ш) $-4n+n+2n$ Щ) $3x-7x-x$

Ъ) $-0,3a-a+2,1a$ Ы) $c-1,6c-0,9c$ Ь) $1,8y-2y+y-0,4y-1,3y$

Э) $-\frac{4}{5}b+0,2b-\frac{5}{6}b+b+\frac{1}{3}b$ Ю) $-3y+12-y-5$ Я) $-9+2m-4-m+8$

5.6. Приведите подобные слагаемые:

А) $-2a+12+16b-17c-17+18d-3a-b+20c-40d+1$

Б) $6a-7b-7b+12+12c-7+9t-15a-13,5+11t-50t$

В) $9a-3s-7b+a-t+5-8a+14a+11s-t+2t-8-21b$

Г) $175a-200b+300c-400d-250+200a-301b+670c-900d+1$

5.7. Раскройте скобки:

А) $6\cdot\left(2\frac{1}{3}+3\frac{1}{2}\right)$ Б) $\left(3\frac{2}{3}+4,75-5\frac{7}{12}\right)\cdot 12$ В) $26\cdot\left(1\frac{7}{13}+7\frac{5}{39}\right)$

Г) $\left(1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}+3\frac{1}{8}+4\frac{1}{16}\right)\cdot 16$ Д) $\left(1\frac{1}{2}-2\frac{1}{4}-3\frac{1}{8}+4\frac{1}{16}\right)\cdot(-16)$ Е) $-3\frac{1}{2}\cdot\left(7,7+4\frac{2}{3}\right)$

По окружности расположены 55 чисел, каждое из которых равно сумме соседних с ним чисел. Докажите, что все числа равны нулю.

5.8. Упростите выражение:

А) $2\cdot 3y$ Б) $3\cdot 4z$ В) $-3\cdot 5a$ Г) $-7\cdot(-3a)$ Д) $4x\cdot 6$

Е) $-3x\cdot 9$ Ё) $8m\cdot 7$ Ж) $-4\cdot(-12c)$ З) $-2p\cdot(-1,4)$ И) $6c\cdot(-7)$

Й) $3m\cdot 2n$ К) $3x\cdot 4y$ Л) $\frac{2}{15}m\cdot\left(-\frac{3}{4}n\right)$ М) $-3m\cdot(-8k)$ Н) $5a\cdot(-6b)$

О) $-2c\cdot(-0,4b)$ П) $4\cdot(-2x)\cdot 3y$ Р) $-0,5\cdot(-3n)\cdot 2m$ С) $-0,6\cdot 5c\cdot(-20)$ Т) $3x\cdot 4x$

У) $3x\cdot(-10x)$ Ф) $-5x\cdot(-6x)$ Х) $6x\cdot 2x\cdot 3x$ Ц) $-4x\cdot 3y\cdot(-0,5x)$ Ч) $0,1x\cdot 34$

5.9. Упростите выражение:

А) $\frac{2}{3}a\cdot(-6b)\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)$ Б) $-1\frac{1}{2}b\cdot(-0,5)\cdot(-4c)$ В) $\frac{3}{8}m\cdot\left(-\frac{2}{3}n\right)\cdot\frac{7}{8}$

Г) $-m\cdot(-n)$ Д) $-a\cdot(-b)\cdot(-c)\cdot(-d)$ Е) $-3a\cdot(-2b)\cdot 3c\cdot(-4)$

Ё) $-5a\cdot 6b\cdot(-0,3c)$ Ж) $-\frac{1}{2}m\cdot 0,3n\cdot(-5p)\cdot\left(-1\frac{1}{3}\right)$ З) $3ab\cdot 2$

И) $-mn\cdot(-5)$ Й) $3xy\cdot 4z$ К) $-6ab\cdot(-4bc)$ Л) $\frac{3}{4}a\cdot\frac{1}{3}c$ М) $-\frac{2}{3}m\cdot\frac{3}{8}n$

Н) $\frac{4}{5}a\cdot\left(-\frac{3}{8}b\right)\cdot\frac{5}{9}c$ О) $\frac{3}{7}m\cdot\frac{7}{9}n\cdot 6k$ П) $-6a\cdot 0,7b\cdot(-0,5c)$

5.10. Раскройте скобки:

А) $2(x+3y+4z)$ Б) $4(4x-5y-8)$ В) $1,5(a-2b)$

Г) $\frac{1}{2}(2x-4y+6)$ Д) $0,8(-5x+6y-u)$ Е) $(2x-3y-6z)\cdot 5$

Ё) $(5,5-2a-4b)\cdot 2$ Ё) $(a-b+2c-3d)\cdot 5,7$ Ж) $\left(2\frac{3}{7}-\frac{4}{9}a+1\frac{2}{3}b\right)\cdot 6,3$

З) $2x(x+5y-2z)$ И) $(2-3a-8b)\cdot 2ab$ Й) $5xy(x+y-7z)$

Федя записал пятизначное число и умножил его на 9. К своему удивлению, он получил в результате число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Какое число записал Федя?

5.11. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

А) $2(4x+1)+4(2x+6)$ Б) $7(x+2y)+6(y-x)$ В) $8(x+y+8)+5(x-4y-15)$

Г) $2{,}1(2x-y)+4{,}2(x+3y)+1{,}2(x-4y)$ Д) $2(a+2b-3c+4)+3(2a-3b+5c+6)$

Е) $3(5x+7)+2(3x+5)$ Ё) $5(x-y)+4(3x+2y)$ Ж) $7(x-2y+10)+6(3y-4x-1)$

З) $3{,}4(2x-y)+2{,}3(x+3y)+1{,}1(5x-7y)$ И) $3(5a-2b+7c-11)+4(a+3b-6c+8)$

Й) $7(2x-6)+4(3+7x)$ К) $2{,}5(x+3)+2(1-5x)$ Л) $2\frac{1}{7}(3{,}5a+7b-14)+4(2a-b+5)$

М) $5(3x-2y+6)+8(2x-3y-9)$ Н) $3(x-y)+4(2x-7)+8(3y+5)$

О) $0{,}1(10x-t-0{,}1)+7(0{,}2x+t+0{,}7)$ П) $4(a+b-c)+5(a-b+2c)$

Р) $3(2a-b+7)+1\frac{8}{9}\left(\frac{9}{17}a+9b-6\right)$ С) $57(a-2x-b)+75(x-2a+b)$

Т) $3(2x-4y)+4(3y-1{,}5x+5)$ У) $2(x+y-3z+1{,}75)+2(3z+x-y+0{,}25)+4(1-x)$

Раскрыть скобки со знаком «минус» означает умножить всё выражение, стоящее в скобках, на число –1. При умножении на –1 знаки всех выражение меняются на противоположные.

5.12. Раскройте скобки со знаком «минус»:

А) $-(a-b)$ Б) $-(a+b)$ В) $-(a-b+c)$ Г) $-(a+b+c-d)$

Д) $-(m+n+k)$ Е) $-(r-s-f)$ Ё) $-(2x-3y+6s)$ Ж) $-(a-4b-5c)$

З) $-2(x-y+5a)$ И) $-3(3x+5y-6)$ Й) $-4(x-4a+7-8t)$ К) $-4(3a+7b)$

Л) $(a+7b-5)\cdot(-3)$ М) $(5b-7a-8)\cdot(-1)$ Н) $-1{,}2(a-3b-4c+5)$

О) $-\frac{1}{3}(3a-6b+9c-12)$ П) $-2x(a-5b-8)$ Р) $-3x(0{,}1a+5x+b-8)$

С) $-4(3{,}1x-5a+6{,}2)$ Т) $-\left(3x-5y-2\frac{1}{3}a+8\right)$ У) $-11(7x-8y-5)$

Ф) $-3(2x+5y-3)$ Х) $-2(3x-7y-4a+5b-6)$ Ц) $-(m-n+c-d-a+b)$

Ч) $-3(34x-5y+2)$ Ш) $-8(9x-7y+11)$ Щ) $-9(-7b+5z-12x)$

В арифметическом ребусе

$$ДУБ + ДУБ + ... + ДУБ = РОЩА$$

требуется разные буквы заменить разными цифрами, одинаковые – одинаковыми. Какое наибольшее число «дубов» может быть в «роще?»

5.13. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

А) $d-(-k+t)$ Б) $-m+(a-c)$ В) $p-(-n+r-s)$

Г) $c-(b+c-a)+(-a+b)$ Д) $(d-m)-b-(-m+x+d)+x$

Е) $k-(y-c)+(d-c-y)+(-k+d)$ Ё) $9-2(-c+4)$ Ж) $m-3(2-m)+8$

З) $2(m-n)-(m+n)$ И) $(x-y)-2(x+y)$ Й) $-2(a+b)+2(a-b)$

К) $3(b-1)-2(b-2)$ Л) $-2(d+3)+3(2-d)$ М) $5y-2(y-1)+3(-y-4)$

Н) $-3(-a+6b-5)+2a+3b-4$ О) $-4(2a-3x-5y+20)+3x+60$

П) $-2(10x-5y+4)+3(2x-6y+5)$ Р) $-12\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y+\frac{1}{4}z-1\right)+2(3x-4y-5)$

С) $-5(2x+7y-6)+7(3x+4y-8)$ Т) $-3(2x-5y+6z-5t+11)+2(x-y+7t+20)$

5.14. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

А) $-2(x-2y)+3(x-5y)$ Б) $5(2x-3y-1)-3(x-2y)$

В) $-(a+b-m-n)+2(m+n-a-b)$ Г) $-3(4x-7y+3a)+5a-2(a-x)$

Д) $2(3x-6y-9)-3(2x-4y-6)$ Е) $-3(2x-y)+4(x-8y)$

Ё) $2(x+7y-5)-3(x+y)$ Ж) $-(x-y-c+d)+3(x-y+c-d)$

З) $-4(2x-7y+8a)+13x-3(y-7a)$ И) $8(3x-2y+11)-4(6x-4y-22)$

<u>Полезное обозначение.</u> Для решения многих задач на целые числа удобно использовать следующее обозначение десятичной записи натурального числа: обозначение $\overline{ab...w}$ обозначает натуральное число, записанное цифрами a, b, …, w в указанном порядке. Например, произвольное двухзначное число мы можем записать как $\overline{ab}$, то есть $\overline{ab}=10a+b$; произвольное трёхзначное число, мы можем записать, как $\overline{abc}$, то есть $\overline{abc}=100a+10b+c$ и так далее.

<u>Пример.</u> К двузначному числу прибавили двузначное число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Докажите, что сумма делится на 11.

<u>Решение.</u> Пусть $\overline{ab}$ – данное число. Тогда $\overline{ab}+\overline{ba}=10a+b+10b+a=11a+11b=11(a+b)$, q.e.d.

5.15. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

А) $-2(x-3y+2)+4(2x-5y+7)$ Б) $4(x-2y-3)-4(y-5x-1)$

В) $-(a-b-2c-4d)-(a+b-c+d)$ Г) $-4(x+7y-11)+3x-12(x+y)$

Д) $3x-2(x-5y-5)-3(x-y)$ Е) $-3(x-5y-z)+4(2z-6x-2y)$

Ё) $-2(7x-2y-3a)+3(3y-2a+x)$ Ж) $-(x-y)-(a-x)-(y-a)$

З) $-(m+n)-(x+y)-(x-y-m-n)$ И) $-6(x-3y+4z)-11(x+7y-2z)$

Й) $-3(2a-b)-5(b-2a)$ К) $7-13(1-x-2y)$ Л) $-23(5a-2d+1)-7$

М) $-7(x-5y+3z-9)-9(z-2x+9y+8)-100x+100y-200$

Н) $2(a-7b)+5(11b-12a)-8(7a-5b)$ О) $15y+17a-19b-19(a+b-x-y)+12(2x+3y+7b)$

П) $2(3x+7t-11)-2(7x-3t+12)$ Р) $24x-56+37y-(x-y-9)-2(x+y-7)$

С) $-3x-3(y-7x)+24y-5(z-y-x)+18z$ Т) $4x-22(3x-5)-9(1-x)+3(8x+9)$

У) $-3(a-2b-3c+7x+15y)-6(y-5x+8z-6a+7b-c)$

Ф) $1-(1-3(x-5))$ Х) $27x-27(2x-3(-x+3))$ Ц) $2a-3(2(a-b)-4(2b-3a))$

Ч) $-(3(a-2b)-7(x-a)+8(2y-b))-9(x-5y)$ Ш) $-4(7x-8y+9)-5(2x-7(x+3y))$

Щ) $-76(2x-0,2y+3z-1)$ Ъ) $3\frac{3}{8}y-5\frac{1}{4}y$ Ы) $-45\left(-3\frac{1}{5}y-2\frac{1}{9}x\right)$

Ь) $-2(x-3(x-4(x-5(x-6))))$ Э) $-13,2(0,2x-0,3y)$ Ю) $\frac{1}{12}x-2x$

5.16. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

А) $4x-(3x+(2x-1))$ Б) $y-(2y-(3y-4))$ В) $z-(2z+(3z-(4z+5)))$

Г) $2a-(a-3(b-2(a+b)))$ Д) $12-(2-3(3-4(a-b)))$ Е) $a-b-2(3-2(a+b))$

Ё) $2(3(a+4b)-5c)-3(c-(a-5b))$ Ж) $-2(3a-(b-3))+2(3(a-4c)-2b)-7(a-2(a+c))$

Докажите, что разность между пятизначным числом и суммой его цифр делится на 9. В частности, число и сумма его цифр дают одинаковые остатки при делении на 9.

5.17. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

А) $3(x-5y)-7(2y-3x)$

Б) $-3(x+5y)-4(5y-10x)+12x-17y$

В) $-11-2a-3(1-2(5a-6))$

Г) $-2(x-3y-8)-(6y-2x)$

Д) $3(5a-4b-5x+6y)-4(a-b+2x+3y-8)-2(x-y-a+b-12)+5a-6y+7a+8b+11$

Е) $7(a-5b)-3(2b-8a)$

Ё) $-9(x-y)-7(2y-4x)-17x+12y$

Ж) $-14-3a-4(a-5(7-3a))$

З) $-3(7a-5b-9)-(15b-21a)$

И) $2(3a+5b-3x+7)-3(5a-2b-x-2y)-4(b-a-x+y-9)+2a-3b-4x+7y+10$

5.18. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

А) $-3(x-y)+4(2x+y)$

Б) $4(3x-9y)-7(x-a)+8(2a-x)$

В) $2(a-3(a-5))-7a$

Г) $-(a-b-c)-(b-c-a)+2(a+b+c)$

Д) $3(a-4b)+5a-7(a-3)$

Е) $-2(a-3b)+4(a+b)$

Ё) $5(2a-3b)-3(a-x)+6(b-2x)$

Ж) $3(b-2(b+5))-8b$

З) $-(x+y+t)-(x-y-t)+2(x+y-t)$

И) $6(x-3y)+7y-2(x+6y)$

5.19. Раскрыть скобки, привести подобные слагаемые и найти значение выражения при заданных значениях переменных:

А) $2(3y-7a)-5y+6a$, $y=4$, $a=2\frac{1}{3}$

Б) $3(2x-7x)+7(3x-2y)-x+y$, $x=-4$, $y=5$

В) $2,5(4x+6y+1)+4(2,5x-3,5y-1)$, $x=1,5$, $y=-4,5$

Г) $\frac{1}{3}(3x-9y+6)+\frac{2}{5}(10y-5x-15)$, $x=0$, $y=33$

Д) $2(a+b+c)+3(a-b-c)+4(b-c-a)$, $a=1,2$, $b=-1,2$, $c=4$

Е) $3(4x-5y)+5(3y-2,4x)+57$, $x=22\frac{11}{112}$, $y=-57\frac{83}{84}$

Ё) $13(x-3y+1)+12(2y-5x-2)$, $x=-1$, $y=-2$

Ж) $2(3x+4)+3(4x-3)$, $x=0,5$

З) $5(6x-1)+2(3-10x)$, $x=1,2$

И) $7(2x-3)+4(5-4x)$, $x=3,5$

Й) $3(x+2y+6)+4(2x-y-2)$, $x=1\frac{1}{11}$, $y=-1$

К) $6(2x-3y+1)+3(6y-4x-3)$, $x=3\frac{5}{57}$, $y=-0,998$

Л) $3(4x-3)+4(2x+3)$, $x=0,25$

М) $4(5x-3)+2(11-4x)$, $x=\frac{5}{6}$

Н) $8(3x-4)+7(5-4x)$, $x=1\frac{1}{2}$

О) $2(2x+8y-3)+5(x-3y+2)$, $x=2\frac{1}{9}$, $y=-6$

П) $10(2x-4y+3)+5(8y-4x+3)$, $x=-34\frac{2}{111}$, $y=0,5757$

5.20. Раскройте скобки и вычислите:

А) $-(2,4+3,5)-(4,2+0,6-3,5)+2,4$

Б) $-(2,5-5,8+0,4)+(-14,07+2,5-0,58)$

В) $0,62+(3,9-12,04+0,5)-(-0,62-12,04+7,2)$

Г) $(0,376+2,8-9,12)+3,5-(4,35+2,8-9,12-0,524)$

Д) $-3,4+\left(-1\frac{2}{9}+5,07-6\frac{7}{15}\right)-\frac{7}{9}-\left(-2,53+1\frac{2}{15}-3,4\right)$

Е) $\left(8,9-\frac{2}{3}\right)-\left(-1,2+6\frac{1}{3}-2\frac{3}{58}+\frac{3}{11}\right)+\left(0,6-4\frac{8}{11}-2\frac{3}{58}\right)$

Ё) $0,6-(-3,9+12,4)+(-5,7+2,1)-(4,8-2,9)$

Ж) $-\left(6\frac{4}{9}-2,53\right)+\left(-3\frac{5}{9}+7,53\right)$

Решение уравнений.

Обе части уравнения можно умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю. Слагаемое можно перенести из одной части уравнения в другую, изменив его знак на противоположный.

5.21. Решите уравнение:

А) $x+0,9=1,5$	Б) $2-x=0,3$	В) $x-3,8=1,4$	Г) $0,8-x=1,3$	Д) $2-x=0,3$
Е) $-0,5+x=3,4$	Ё) $x-3,6=-5$	Ж) $9-7y=25-3y$	З) $4x=0$	И) $-2y=0$
Й) $5x=3x$	К) $-2n=7n$	Л) $-2n=5,7n$	М) $49x=50$	Н) $50x=49$
О) $-4x=32$	П) $-6x=-36$	Р) $-10x=-0,1$	С) $-\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}$	Т) $-\frac{3}{4}x=-\frac{2}{3}$

Докажите признак делимости на 9 для шестизначных чисел.

5.22. Решите уравнение:

А) $2x=9$ Б) $-x=5,5$ В) $-x=-9,1$ Г) $-x+3=2$ Д) $-5+y=-4$

Е) $z-9=-3$ Ё) $t+5=0$ Ж) $4-t=0$ З) $-7-t=0$ И) $2+5y=0$

Й) $9-4y=-5y$ К) $12a-1=-a+25$ Л) $8+3b=-7-2b$

М) $4n+2=6n+7$ Н) $2-c=5c+1$ О) $-3d-10=3d-6$

П) $\frac{5}{6}m+2=\frac{1}{3}m-0,8$ Р) $-1,6-0,3p=0,9p+0,2$ С) $\frac{11}{12}x-\frac{2}{3}=-0,5-\frac{3}{4}x$

Т) $2a-(14-3a)=-10$ У) $(9-2b)-(b+5)=16$ Ф) $-(4c-7)=5c+(11-7c)$

Х) $-6x+2(5-3x)=8$ Ц) $4(-2z+5)=14-2(4z-3)$ Ч) $18-4y=7(2-y)+6$

5.23. Решите уравнение:

А) $2x+5=17$ Б) $4(x+5)=12$ В) $5x=2x+6$ Г) $\frac{1}{3}x+12=x$

Д) $8x+5,9=7x+20$ Е) $6x-8=-5x-1,6$ Ё) $15y-8=-6y+4,6$

Ж) $-16z+1,7=2z-1$ З) $6x-12=5x+4$ И) $-9a+8=-10a-2$

Й) $7m+1=8m+9$ К) $-12n-3=11n-3$ Л) $4+25y=6+24y$

М) $11-5z=12-6z$ Н) $4k+7=-3+5k$ О) $6-2c=8-3c$

5.24. Решите уравнение:

А) $-40\cdot(-7x+5)=-1600$ Б) $(-20x-50)\cdot 2=100$

В) $2,1\cdot(4-6y)=-42$ Г) $-3\cdot(2-15x)=-6$

5.25. Решите уравнение:

А) $3x-12=x$ Б) $4x-2=2x+6$ В) $2x-2=6+4x$

Г) $2x+6=4x-2$ Д) $-4x-4=2x+8$ Е) $5x-2=2x+7$

Ё) $3x-2=6+4x$ Ж) $6x+6=4x-2$ З) $-2x-4=2x+8$

И) $11+2x=55+3x$ Й) $-15-3x=-7x+45$ К) $-3x-17=8x-105$

Л) $2(2+y)=19-3y$ М) $(4-c)+2(c-3)=-13$ Н) $-3(3b+1)-12=12$

О) $-(3y+7)=8-2(8-y)$ П) $-2(2-5x)=2(x-3)-5$ Р) $4x-2(x+7)=2(3-x)$

С) $-(7-3y)=8-8(2-y)$ Т) $-5(2-2x)=2(x-3)+4$ У) $2x-4(x+7)=3(2-x)$

Докажите, что разность между трёхзначным числом и числом, записанным в обратном порядке, делится на 99.

5.26. Решите уравнение, используя основное свойство пропорции:

А) $\frac{-3}{9-4a}=\frac{40}{200}$ Б) $\frac{1-2b}{4}=\frac{0,8}{0,5}$ В) $\frac{5+3x}{12}=\frac{4x-3}{18}$ Г) $\frac{0,9}{7+5y}=\frac{0,2}{y-4}$

Д) $\frac{x-3}{6}=\frac{7}{3}$ Е) $\frac{5}{2x+3}=\frac{2,5}{4,5}$ Ё) $\frac{x+7}{3}=\frac{2x-3}{5}$ Ж) $\frac{0,2}{x+3}=\frac{0,7}{x-2}$

5.27. Решите уравнение:

А) $2,8-a=-2,8$ Б) $8x-12=3x+8$ В) $0,8y+1,2=0,4y-2,8$

Г) $3\frac{2}{9}x-2\frac{5}{12}=2\frac{1}{3}x-1\frac{3}{4}$ Д) $3x-17=8x+18$ Е) $0,6y+2,3=0,4y-1,7$

Ё) $3,25x+3\frac{3}{14}=3\frac{5}{12}x+4\frac{5}{7}$ Ж) $7x-13=4x-5$ З) $7x-14+5x=12-8x+4x$

И) $0,4x-1,6=-0,9x+2,3$ Й) $\frac{x}{4}-12=13-\frac{x}{3}$ К) $1\frac{1}{7}x-15=1+x$

Л) $57x-1=1+17x$ М) $18x-19=19x-18$ Н) $x+2,3x-4,4=4,4x-2,3$

5.28. Решите уравнение:

А) $11x=36-x$ Б) $9x+4=48-2x$ В) $8-4x=2x-16$

Г) $0,4x+3,8=2,6-0,8x$ Д) $6,8-1,3x=0,6x-2,7$ Е) $\frac{4}{9}x+14=\frac{1}{6}x+9$

Ё) $6x=28-x$ Ж) $9x-26=30-5x$ З) $7-3x=6x-56$

И) $0,9x-7,4=-0,4x+4,3$ Й) $5,8-1,6x=0,3x-1,8$ К) $\frac{3}{8}x+19=\frac{7}{12}x+24$

Л) $1,24x+3,46=1,76x+6,58$ М) $-4,92y-\left(0,08y+5,12\right)=-0,88-y$

Н) $1,26x+3,58=1,74x+6,46$ О) $0,4\left(x-9\right)=0,7+0,3\left(x+2\right)$

5.29. Решите уравнение:

А) $4x-8=x+1$ Б) $15y-8=-6y+4,6$ В) $6x-12=5x+4$

Г) $\frac{1}{6}x+1,5=x$ Д) $\frac{5}{6}x+1\frac{2}{3}=2x-3$ Е) $-12n-3=11n-3$

Ё) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}x+5=x$ Ж) $0,2x+2,3=0,7x-3,2$ З) $5x+2=18-3x$

И) $-16z+1,7=2z-1$ Й) $-9a+8=-10a-2$ К) $\frac{2}{3}x+0,5=-x$

Л) $\frac{2}{9}x-1\frac{1}{3}=x+1$ М) $7m+1=8m+9$ Н) $\frac{2}{3}y-\frac{1}{2}y+2=\frac{1}{4}y-3$

О) $-0,4a-14=0,3a$ П) $6,9-9n=-5n-33,1$ Р) $4,7-8z=4,9-10z$

5.30. Решите уравнения:

А) $4x-x=24$ Б) $8x-8=20-6x$ В) $9-4x=3x-40$

Г) $0,6x-5,4=-0,8x+5,8$ Д) $4,7-1,1x=0,5x-3,3$ Е) $\frac{5x}{6}+16=\frac{4}{9}x+9$

Ё) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+1\frac{5}{6}x=2$ Ж) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=12$ З) $\frac{5x}{7}+\frac{1}{35}x+x=-1$

И) $4x+12=3x+8$ К) $3x-17=8x+18$ Л) $0,8y+1,4=0,4y-2,6$

М) $0,18x-3,54=0,19x-2,89$ Н) $2\frac{2}{5}x+3\frac{2}{15}=3\frac{1}{5}x+2\frac{1}{3}$ О) $\frac{1}{4}-\frac{1}{3}m=4\frac{1}{4}-3m$

П) $4,37+6,7x=7,75+9,3x$ Р) $\frac{5}{14}y-12=\frac{4y}{21}-7,5$ С) $2x-6\frac{1}{4}=\frac{3}{4}x+7\frac{1}{2}$

Т) $3(x+2)=-12$ У) $-2(y-1)-5=4$ Ф) $\frac{2x}{3}=\frac{x-1}{6}$

Х) $4(1,2x+3,7)=0,2(2,6x-14)$ Ц) $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}z+19\frac{1}{2}\right)=\left(2\frac{7}{9}+3\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{3}{5}$ Ч) $\frac{1,4x-3,5}{0,25}=\frac{4,6x-18}{-1,5}$

Ш) $0,3(5x-7)=3(0,2x+3,2)$ Щ) $\frac{1}{3}\left(\frac{5}{12}-4m\right)=\frac{4}{9}\left(1\frac{1}{2}m-\frac{3}{8}\right)$ Ъ) $\frac{x}{5}-4=-0,1x+2$

5.31. Решите уравнение:

А) $0,4b+0,8=0,9b-2,7$ Б) $1-\frac{a}{7}=\frac{a}{14}-0,25a$ В) $3-\left(\frac{2}{9}m+\frac{1}{6}\right)=\frac{m}{3}+1,5$

Г) $2,6z-0,2(3z-9)=-0,5(2z+6)$ Д) $\frac{5}{12}(c-3)-\frac{1}{6}(2c-7)=2$

Е) $x=-\frac{1}{6}x$ Ё) $3,2-5a=-1,8a+4$ Ж) $4\frac{1}{6}-1\frac{1}{3}x=4x+3\frac{5}{18}$

З) $0,3n-(2,6-0,9n)=1,2n+3$ И) $0,6(-2k+3)-0,4(9-k)=-0,3(k-9)$

Й) $1\frac{5}{7}(d+3)=-2(1-d)$ К) $\frac{5}{8}(m-2)-\frac{2}{3}(m+2)=m-3$ Л) $\frac{4x-3}{3-5x}=\frac{0,14}{0,35}$

Докажите признак делимости на 11 для шестизначных чисел.

В десятичной записи четырёхзначного числа первая цифра совпадает с последней, а вторая – с третьей. Докажите, что это число делится на 11.

5.32. Решите уравнение:

А) $4(3x-7)-2(x-15)=5-3(2x+9)$

Б) $x-3(x-2)=18+2(5x-8)-6(2x+1)$

В) $-2,4(-2x+0,3)=1,8(5x-0,4)-4,2x$

Г) $2\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}\right)+5\frac{1}{3}=-4\left(\frac{7}{12}x+1\frac{3}{4}\right)+3\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{3}x\right)$

Д) $8(x-3)-5(2x-4)=6x-7(x-4)$

Е) $-0,3(x+4)+4,7=0,5(8x-7)-1,2(5x-3)$

Ё) $(d-6)-(7d+1)=-(4-3d)$

Ж) $y-\frac{y}{6}=\frac{1}{3}+0,5y$

З) $5(n-8)-3(4-2n)=7(3n-7)+9$

И) $1,7k-0,3(k-5)=2,8-0,1(k+4)$

Й) $10-3y=-4+7y$

К) $3(4-c)=6-(8c+3)$

Л) $-\frac{x}{4}+5=\frac{x}{3}-9$

М) $1,6b-0,4=3,2-0,8(2-b)$

Н) $2(n-3)-4(5-2n)=-5(4n+7)$

О) $\frac{-0,2(6x+1)}{3,6}=\frac{0,5x}{-9}$

П) $\frac{x}{9}-\frac{x}{3}+\frac{x}{18}=-1$

Р) $y-\frac{y}{3}-\frac{3y}{4}=\frac{1}{6}$

С) $\frac{5}{6}z-z=\frac{z}{3}+\frac{1}{5}$

Т) $\frac{x}{2}-\frac{x}{6}=3$

У) $\frac{y}{3}-2=\frac{y}{5}$

Ф) $\frac{z}{4}+1=-\frac{3z}{8}-4$

Х) $2,4x-1,5=0,2-0,6(3-4x)$

Ц) $1,4y-0,5(5y-3)=-0,6(y-2)$

Ч) $9,2a+36,9=4,8(12,6-a)+10,72$

Ш) $-7,14+2,7b=20,5-3,5(14,8-b)$

Щ) $4,8x-0,7(2-x)=0,5(11x-7)$

Ъ) $0,4(5x-9)-3,8x=1,8-1,8(x+3)$

Ы) $\frac{3x-2,4}{0,02}=\frac{8-x}{0,1}$

Ь) $\frac{3,6}{0,2(6y+1)}=\frac{9}{0,5y}$

Э) $\frac{3\frac{1}{5}}{z-\frac{1}{2}}=\frac{2\frac{2}{3}}{z+\frac{1}{3}}$

Ю) $\frac{2x-5,6}{3}=\frac{1-x}{1,5}$

Я) $\frac{3z-6}{7-2z}=\frac{1,2}{3,2}$

W) $\frac{2-x}{3}-\frac{6-x}{2}=0$

Z) $3-\frac{x-3}{5}=\frac{x}{4}$

5.33. Решите уравнение:

А) $5(2x+6)-3(x+4)=7x$

Б) $1,6(y-2)-0,4(5-3y)=-0,8(4y+2)$

В) $2(2-x)+3(2x+4)=7$

Г) $\frac{6x-4}{5}-\frac{2-x}{4}=\frac{3x+1}{2}$

Д) $10(3y-2)-5(4y-11)=25+3(5y-2)$

Е) $\frac{15}{x}+\frac{7}{1,2x}=25$

Ё) $15x-1=3(x-5)$

Ж) $\frac{y-4}{2}-\frac{2y+6}{0,5}=-8\frac{2}{5}$

З) $\frac{4}{m}-\frac{3}{1,5m}=-0,8$

И) $2(3x+4)=20-6(2-x)$

Й) $1,6x+0,8=-0,3(4-5x)$

К) $7x-4(2x+3)=4(x-2)-5(x+4)$

Л) $2,4+4(-0,1x+0,8)=1,7x-5(0,3x-1)$

М) $\frac{5x+1,6}{2x-0,8}=\frac{3,9}{2,6}$

Н) $\frac{2y-3}{4\frac{1}{6}}=\frac{0,8y+1\frac{1}{2}}{3,75}$

О) $\frac{2\frac{2}{3}}{3x+\frac{5}{7}}=\frac{1\frac{1}{6}}{x-1\frac{1}{4}}$

5.34. Решите уравнения:

А) $0,4(x-3)=0,5(4+x)-2,5$

Б) $2,44+2,3m=3,12+2,7m$

В) $5,96-1,8n=4,7-2,7n$

Г) $\frac{1}{2}y-\frac{2}{3}y-\frac{5}{9}y=\frac{7}{12}$

Д) $0,2y-\frac{2}{3}z=-0,28$

Е) $3(0,4x+7)-4(0,8x-3)=2$

Ё) $4,5\left(\frac{7}{15}x+\frac{2}{9}\right)-0,77\left(\frac{8}{11}x-\frac{3}{7}\right)=-1,75$

Ж) $0,4x+0,3x-0,84x=1,12$

З) $\frac{5}{7}(0,21-1,4x)-\frac{4}{9}(0,36-4,5x)=1$

И) $14+5x=5x+3x$

Й) $3a+5=8a-15$

К) $3,6+2x=5x+1,2$

Л) $0,7x-1,82=0,8x+3,46$

М) $2\frac{1}{3}x+1\frac{1}{2}=1\frac{2}{3}x+2\frac{1}{3}$

Н) $\frac{1}{2}-1\frac{3}{5}y=4\frac{1}{2}-3y$

О) $4,72-2,5x=2x+2,92$

П) $\frac{5}{8}y-\frac{3}{4}=2y-2\frac{2}{5}$

Р) $4(1-0,5a)=-2(3+2a)$

С) $5(x+1,2)=12,5x$

Т) $\frac{1}{2}\left(4-3\frac{1}{2}x\right)=1\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}$

У) $0,2(5y-2)=0,3(2y-1)-0,9$

Ф) $4(3-2x)+24=2(3+2x)$

5.35. Решите уравнения:

А) $\frac{8x+1}{3}=\frac{5x-1}{7}$

Б) $\frac{3x+11}{5}=\frac{5x-7}{15}$

В) $\frac{7x-2}{111}=\frac{8x+5}{37}$

Г) $\frac{x+3}{6}+\frac{x-7}{3}=\frac{x+11}{2}$

Д) $x+\frac{3x-9}{5}=11-\frac{15x-12}{3}$

Е) $\frac{8x-3}{11}-\frac{5x+2}{2}=1$

Ё) $\frac{3x+1}{5}-\frac{2x-1}{3}=\frac{7x+3}{15}$

Ж) $\frac{x+3}{6}+\frac{x-7}{3}=\frac{x+11}{2}$

З) $\frac{x-1}{7}+\frac{23-x}{5}=2-\frac{4+x}{4}$

И) $1-\Big(1-\big(1-(1-(1-x))\big)\Big)=57$

Й) $1-2\Big(1-3\big(1-4(1-5(1-x))\big)\Big)=57$

5.36. Решите уравнения:

А) $|x|=5$

Б) $|x|=0$

В) $|x|=-2$

Г) $|x|=1,2$

Д) $|x|=-1\frac{23}{24}$

Е) $|x|=12,009$

Ё) $|x-3|=1$

Ж) $|x+4|=5$

З) $|2x-1|=1$

И) $|5x-10|=0$

Й) $|x+57|=13$

К) $|2x-13|=3$

Л) $|4x-5|=9$

М) $|3x-13|=-4$

Н) $|12x-1|=0$

О) $|2x+7|=11$

П) $|2x-9|=-1$

Р) $|x+4|=11$

С) $|15x-7|=8$

Т) $|4-5x|=\frac{1}{2}$

У) $|0,3x-7|=\frac{2}{3}$

Ф) $\left|2\frac{1}{3}x-\frac{4}{5}\right|=1\frac{1}{7}$

Х) $|0,2x-3,5|=2,7$

Ц) $|0,7x-1|=1$

Ч) $|7x-5|=\frac{2}{3}$

В четырёхзначном числе первая цифра совпадает с третьей, а вторая – с четвёртой. Докажите, что это число делится на 101.

5.37. Решите уравнения:

А) $|2x-5|=7$ Б) $|3x-4|=5$ В) $|1,5x-6|=28$ Г) $|3-5x|=6$

Д) $|2-7x|=9$ Е) $|1,2x-1,3|=0$ Ё) $\left|\frac{3}{4}x-1\frac{3}{7}\right|=2\frac{4}{9}$ Ж) $|1-x|=7$

З) $|2x-27|=29$ И) $|3x-1|=5$ Й) $|7-4x|=5$ К) $|8-9x|=12$

Л) $\left|\frac{1}{3}x-5\right|=6$ М) $\left|\frac{2x}{3}-9\right|=9$ Н) $2|2x-3|-7=9$ О) $3|x|-5=10$

П) $5|x-7|-9=1$ Р) $2-3|4x-5|=-7$ С) $3|x|-8=9-4|x|$ Т) $1-|23x-25|=7$

У) $||x-1|-2|=3$ Ф) $||x-2|-3|=4$ Х) $|4-|x-5||-1=3$ Ц) $|5-|x+6||+1=6$

5.38. Используя определение модуля, объясните, что для чисел a и b может означать равенство $|a|=|b|$. Решите уравнения:

А) $|2x-3|=|3x-2|$ Б) $|2-3x|=|5x+4|$ В) $|3x+7|=|5x-8|$ Г) $|x-8|=|4-x|$

Д) $|2x-9|=|2x+3|$ Е) $|7x-3|=|2+5x|$ Ё) $|1-x|=|1-6x|$ Ж) $|2-7x|=|3-4x|$

З) $|4x-9|=|2x+3|$ И) $|10-5x|=|4+2x|$ Й) $|1,2-2x|=|1,3+3x|$

К) $||x|-3|=1$ Л) $||x|-4|=3$ М) $||x|+2|=9$ Н) $||x|-3|=10$

О) $|||x|-5|-3|=1$ П) $|3-|x||=0$ Р) $||x|+2|=-7$ С) $|2|x|-6|=4$

Т) $||x-1|-7|=2$ У) $|3|2x-3|-11|=7$ Ф) $|44-2|x+1||=26$

5.39. Решите уравнение:

А) $7+2x=2x+7$ Б) $7+2x=2x+5$ В) $3(x-1)=4+3x$

Г) $2(x-4)=2(2+x)-12$ Д) $0,1(x-7)=2x-1,9(x-5)$ Е) $12x+5(x-17)=17(x-5)$

Ё) $1,6x+2(x-1)=6(0,6x+5)$ Ж) $5(x-5)+3(x+8)=8x-1$ З) $2-(4-3x)=3x+57$

5.40. Решите уравнение:

А) $(2x-3)(3x-2)=0$ Б) $(4x+5)(5x+4)=0$ В) $(x-1)(8x+4)x=0$

Г) $\left(1\frac{2}{3}x+8\right)\left(4x-4\frac{16}{57}\right)=0$ Д) $x(0,8x-6)=0$ Е) $(0,3x-4)(4x-0,3)=0$

Ё) $x^2=0$ Ж) $(10x-25)^2=0$ З) $(2x-5)^3=0$

И) $(|x|-2)(3x+7)=0$ Й) $(|x|-1)(4-|x|)=0$ К) $(|x|+5)(2|x|-3)=0$

Л) $(|x-3|-4)(|x+4|-3)=0$ М) $(2x-4)(3|x+33|-9)(4,5|x|-27)(57x+1)=0$

На чудо - дереве росли 30 апельсинов и 25 бананов. Каждый день садовник снимал ровно два фрукта. Причем, если он снимал одинаковые фрукты, то на дереве появлялся новый банан, а если разные — новый апельсин. В конце концов, на дереве остался один фрукт. Какой: банан или апельсин?

Текстовые задачи.

Решите следующие задачи с помощью уравнений. Составление уравнения начинается с выбора неизвестной величины, которая обозначается буквой x (или какой-нибудь другой буквой). После этого все остальные величины, о которых идёт речь в задаче, необходимо выразить через x. При этом очень важно следить за соответствием единиц измерения величин. Например, если скорость движения выражена в километрах в час, а время – в минутах, то необходимо или время выразить в часах, или скорость – в километрах в минуту.

Заметим также, обычно за x принимают искомую величину. Однако это совсем не обязательно. Лучше обозначать за x такую величину, чтобы остальные величины легче было выражать через x, а уравнение чтобы получалось как можно проще. Мы советуем при составлении уравнений соблюдать следующие неформальные правила:

плюс лучше минуса,

умножение лучше деления.

То есть за x удобнее принимать такую величину, чтобы остальные величины выражались через x с помощью сложения или умножения, а не вычитания и деления.

5.41. Запишите следующие утверждения на «математическом языке»:

А) a в три раза больше b

Б) a в три раза меньше b

В) a на три больше b

Г) a на три меньше b;

Д) a в 5 раз больше b

Е) a в 10 раз меньше b;

Ё) c в 1,5 раза больше d

Ж) a составляет $2/7$ от t;

З) удвоенное значение a на 37 меньше, чем b;

И) утроенное значение a равно значению b, увеличенному на 2,1;

Й) 80% от a на 4 больше b;

К) a на 57 меньше, чем 111% от b

5.42. Найдите неизвестную x, если известно, что

А) x в 2 раза больше, чем $x-6$

Б) x в три раза меньше, чем $2x+6$

В) x на 10 меньше, чем $1{,}5x$

Г) 80% от x меньше, чем 120% от x, на 20

Д) x больше, чем $\frac{2}{3}x$, на 17

Е) $x+1$ в три раза больше, чем $\frac{x}{2}-4$

Ё) значения выражений $\frac{2x+1}{3}$ и $\frac{2+3x}{4}$ равны

Ж) значения выражений $\frac{x-3}{2}$ и $\frac{1-4x}{3}$ равны

З) значение выражения $\frac{x}{3}$ больше значения выражения $\frac{2x+6}{4}$ на 1

И) значение выражения $\frac{x}{4}$ меньше значения выражения $\frac{3x-3}{6}$ на 2

Й) значение выражения $\frac{5}{12}(x-3)$ больше значения выражения $\frac{2x-7}{6}$ на 2

К) значение выражения $\frac{5}{4}(x-2)$ меньше значения выражения $\frac{9x+8}{8}$ на 3

5.43. Бригада рабочих за две недели изготовила 356 деталей, причём за вторую неделю было изготовлено в три раза больше деталей, чем за первую. Сколько деталей было изготовлено за первую неделю?

5.44. На грузовую машину погрузили в 5 раз больше груза, чем на прицеп. Сколько килограммов погрузили на прицеп, если на нём было на 148 кг меньше, чем на машине?

5.45. Сын в 4 раза младше отца. Сколько лет отцу, если он старше сына на 27 лет?

5.46. Проволоку длиной 456 м разрезали на 3 части, причём первая часть в 4 раза длиннее третьей, а вторая – на 114 м длиннее третьей. Найдите длину каждой части проволоки.

5.47. Одна сторона треугольника в 3 раза меньше второй и на 2,3 дм меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 10,8 дм.

5.48. Периметр прямоугольника равен 12,4 см. Одна из его сторон на 3,8 см меньше другой. Найдите площадь этого прямоугольника.

5.49. Один килограмм конфет дороже килограмма печенья на 26 рублей. За 8 кг конфет заплатили столько, сколько за 12 кг печенья. Сколько стоит 1 кг конфет и 1 кг печенья?

5.50. За 3 ручки и 5 карандашей заплатили 3 рубля 16 копеек. Сколько стоят одна ручка и один карандаш, если карандаш дешевле ручки на 68 копеек?

5.51. Купили 14 открыток по 16 копеек и по 23 копейки, заплатив всего 2 рубля 66 копеек. Сколько купили открыток каждого вида?

5.52. От села до города легковая машина доехала за 2 часа, а грузовая – за 5 часов. Найдите скорость движения каждой машины, если скорость грузовика на 48 км/ч меньше скорости легковой машины.

5.53. В одном шкафу было в 4 раза меньше книг, чем в другом. Когда в первый шкаф положили 17 книг, а со второго взяли 25 книг, то в обоих шкафах книг стало поровну. Сколько книг было в каждом шкафу сначала?

5.54. В одном ящике было в 7 раз больше апельсинов, чем в другом. Когда из первого ящика взяли 38 апельсинов, а из другого – 14, то во втором осталось на 78 апельсинов меньше, чем в первом. Сколько апельсинов было в каждом ящике сначала?

5.55. В магазин завезли 425 кг мандаринов, которые были проданы за два дня, причём в первый день было продано в четыре раза больше мандаринов, чем во второй. Сколько мандаринов продали в первый день?

5.56. В автопарке грузовых машин в 7 раз больше, чем легковых. Сколько легковых машин в автопарке, если их на 162 меньше, чем грузовых?

5.57. Трое рабочих изготовили вместе 762 детали, причём второй изготовил в три раза больше деталей, чем третий, а первый на 117 деталей больше, чем третий. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?

5.58. Одна сторона треугольника на 9 см меньше второй и в 2 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр 105 см.

Написать в строку 7 чисел так, чтобы сумма любых двух соседних была отрицательной, а сумма всех чисел – положительной.

5.59. Периметр прямоугольника 14,8 дм, одна из его сторон на 4,2 дм больше другой. Найдите площадь прямоугольника.

5.60. Банка краски тяжелее банки масла на 1,6 кг. Сколько весит банка краски и банка масла, если 6 банок краски весят столько же, сколько 14 банок масла?

5.61. За 7 тетрадей и 4 альбома для рисования заплатили 5 рублей 41 копеек. Сколько стоят одна тетрадь и один альбом, если альбом дороже тетради на 72 копейки?

5.62. Купили 18 карандашей по 17 копеек и по 26 копеек, заплатив за всю покупку 3 рубля 69 копеек. Сколько купили карандашей каждого вида?

5.63. Катер преодолел расстояние между двумя портами за 3 часа, а пароход это же расстояние – за 5 часов. Найдите скорость катера и скорость парохода, если скорость катера на 16 км/ч больше скорости парохода.

5.64. На одном складе было в 3 раза больше телевизоров, чем на другом. После того, как с первого склада взяли 20 телевизоров, а на другой привезли 14, телевизоров на обоих складах стало поровну. Сколько телевизоров было на каждом складе сначала?

5.65. В двух вагонах поезда ехало поровну пассажиров. После того, как из первого вагона вышло 26 пассажиров, а из второго – 17 пассажиров, в первом вагоне стало пассажиров в два раза больше, чем во втором. Сколько пассажиров было в каждом вагоне сначала?

5.66. В книжном шкафу было в 6 раз больше книг, чем на этажерке. После того, как из шкафа взяли 46 книг, а с этажерки – 18 книг, на этажерке осталось на 97 книг меньше, чем в шкафу. Сколько книг было сначала в шкафу и сколько на этажерке?

5.67. Одно из двух чисел больше другого на 4. Если первое число умножить на 2, а второе – на 6, то получатся одинаковые результаты. Найдите данные числа.

5.68. Одно из двух чисел меньше другого на 3. Если первое число умножить на 3, а второе – на 6, то получатся одинаковые результаты. Найдите данные числа.

5.69. Автомобиль ехал 3 часа по шоссе и 2 часа – по просёлочной дороге, где его скорость была на 15 км/ч меньше, чем на шоссе. Всего за 5 часов автомобиль проехал 270 км. Найдите скорость автомобиля на шоссе и на просёлочной дороге.

5.70. Купили 15 пачек вафель и 10 упаковок печенья. Масса всей покупки составила 6 кг. Упаковка печенья весит на 0,1 кг больше, чем пачка вафель. Найдите массу упаковки печенья и массу пачки вафель.

5.71. Найдите два числа, если их сумма равна 12, и первое число на 3 меньше удвоенного второго.

5.72. Найдите два числа, если их сумма равна 14, и первое число на 2 больше утроенного второго.

5.73. На отрезке AB, длина которого 62 см, выбрана точка C. Найдите длины отрезков AC и CB, если 25% отрезка AC равны $4/15$ отрезка CB.

5.74. В классе 36 учеников. Сколько мальчиков и сколько девочек в классе, если $5/8$ числа мальчиков равны 50% числа девочек?

Какой цифрой оканчивается сумма $66^7 + 111^9 + 444^{13}$ **?**

5.75. Найдите два числа, если их разность равна 6, а $\frac{7}{12}$ одного числа равны 70% второго. Сколько решений имеет задача?

5.76. Найдите два числа, если их разность равна 5, а 80% одного числа равны $\frac{2}{3}$ второго. Сколько решений имеет задача?

5.77. Самолёт выполнил рейс между городами A и B со скоростью 180 км/ч. Если бы он увеличил скорость на 20 км/ч, то мог бы выполнить рейс на 30 минут быстрее. Найдите расстояние между A и B.

5.78. Автомобиль проехал из пункта A в пункт B со скоростью 70 км/ч. На обратном пути он уменьшил скорость на 10 км/ч и затратил на дорогу на 45 минут больше. Найдите расстояние между A и B.

5.79. Купили 25 кг бананов двух сортов по цене 45 р. и 30 р. за килограмм. Средняя цена купленных бананов составила 36 р. за килограмм. Сколько килограммов бананов каждого сорта купили?

5.80. Турист прошёл два участка пути в течение 12 часов. На одном из участков он шёл со скоростью 4 км/ч, а на другом – 5 км/ч. Найдите длину каждого участка, если средняя скорость туриста составила 4,75 км/ч.

5.81. В трёх мешках лежат яблоки. В первом мешке яблок втрое меньше, чем в остальных двух, во втором – вдвое меньше, чем в остальных двух, а в третьем мешке – 25 кг яблок. Сколько всего килограммов яблок в трёх мешках?

5.82. На трёх полках стоят книги. На нижней полке книг в два раза меньше, чем на остальных двух, на средней – в три раза меньше, чем на остальных двух, а на верхней полке стоит 30 книг. Сколько всего книг на трёх полках?

5.83. Брату и сестре сейчас вместе 26 лет, причём сестре втрое меньше лет, чем будет брату тогда, когда им вместе будет в 5 раз больше лет, чем брату сейчас. Сколько лет сейчас каждому из них?

5.84. Сейчас брату в 4 раза больше лет, чем было сестре, когда она была моложе брата в 2 раза. Сколько лет сейчас каждому из них, если через 15 лет сестре и брату вместе будет 100 лет?

5.85. Два грузовика выехали одновременно из двух городов навстречу друг другу. К моменту встречи один из них прошёл $\frac{5}{12}$ всего пути и ещё 15 км, а другой – половину расстояния, пройдённого первым. Найдите расстояние между городами.

5.86. Ленту разрезали на две части. Длина одной из частей составляет $\frac{11}{16}$ длины ленты и ещё 10 см, а вторая часть втрое короче первой. Найдите первоначальную длину ленты.

5.87. В детском саду три группы. В младшей группе на 8 детей меньше, чем в двух других, а в средней – на 14 детей меньше, чем в двух других. Сколько детей в старшей группе?

5.88. На верхней полке в 3 раза больше книг, чем на нижней. После того, как с верхней полки сняли 15 книг, а на нижнюю добавили 11 книг, книг на обеих полках стало поровну. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

Найдите все двузначные числа, которые в 7 раз больше суммы своих цифр.

5.89. В первом бидоне в 2 раза меньше молока, чем во втором. После того, как в первый бидон долили 12 литров молока, а из второго взяли 6 литров, молока в бидонах стало поровну. Сколько литров молока было в каждом бидоне первоначально?

5.90. Путь из города в село турист прошёл со скоростью 4,8 км/ч. На обратном пути он увеличил скорость до 6 км/ч, что позволило ему пройти это расстояние на 1 час быстрее. Найдите расстояние от города до села.

5.91. Путь из города в село автомобиль проехал за 4 часа. На обратном пути он увеличил скорость на 20 км/ч и вернулся в город за 3 часа. Найдите расстояние от города до села.

5.92. Если к двузначному числу приписать справа нуль, то оно увеличится на 207. Найдите данное число.

5.93. В трёхзначном числе зачеркнули последнюю цифру нуль, и оно уменьшилось на 405. Какое число получилось?

5.94. На каждой из двух полок стоит одинаковое количество книг. После того, как с верхней полки переставили на нижнюю 6 книг, ни нижней полке стало втрое больше книг, чем на первой. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

5.95. В каждом из двух бидонов было одинаковое количество молока. После того, как из первого бидона во второй перелили 20 литров молока, в нём осталось втрое меньше молока, чем стало во втором бидоне. Сколько литров молока было в каждом бидоне первоначально?

5.96. В 8:00 турист отправился в поход со скоростью 4,8 км/ч. В 11:00 вслед за ним выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч и прибыл в пункт назначения одновременно с туристом. Найдите длину маршрута.

5.97. Грузовик выехал из города в село со скоростью 50 км/ч. Через 2 часа вслед за ним выехала легковая машина, скорость которой больше скорости грузовика на 25 км/ч. Найдите расстояние от города до села, если обе машины прибыли в село одновременно.

5.98. Сумма двух чисел равна 353. Одно из чисел заканчивается цифрой 1. Если эту цифру зачеркнуть, то получится второе число. Найдите эти числа.

5.99. Разность двух чисел равна 142. Большее число заканчивается цифрой 7. Если эту цифру зачеркнуть, то получится второе число. Найдите эти числа.

5.100. На верхней полке было вдвое больше книг, чем на нижней. После того, как с нижней полки переставили на верхнюю 4 книги, на нижней полке осталось в 5 раз меньше книг, чем стало на верхней. Сколько книг было на каждой полке первоначально.

5.101. В первом бидоне втрое больше молока, чем во втором. После того, как из первого бидона во второй перелили 3 литра молока, в нём осталось вдвое больше молока, чем стало во втором бидоне. Сколько литров молока было в каждом бидоне первоначально?

5.102. Катер прошёл расстояние между пристанями по течению реки за 2 часа, а обратный путь -- за 2,5 часа. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Найдите расстояние между пристанями.

5.103. Моторная лодка прошла расстояние между пристанями по течению реки за 1,5 часа, а обратный путь – за 2 часа. Собственная скорость лодки равна 14 км/ч. Найдите расстояние между пристанями.

Найдите остаток от деления 9^{2011} **на 8.**

5.104. Цифра десятков двузначного числа втрое больше цифры единиц. Если эти цифры поменять местами, то полученное число будет меньше данного на 54. Найдите данное число.

5.105. Цифра десятков двузначного числа вдвое меньше цифры единиц. Если эти цифры поменять местами, то полученное число будет больше данного на 27. Найдите данное число.

5.106. От начала суток прошло 20% времени, которое осталось до конца суток. Который сейчас час?

5.107. До конца суток осталось $\frac{3}{5}$ времени, прошедшего от начала суток. Который сейчас час?

5.108. Мастер может выполнить весь заказ за 8 часов, а его ученик – за 10 часов. В час ученик делает на 15 деталей меньше мастера. Найдите производительность мастера и производительность ученика.

5.109. Скорый поезд проходит расстояние между двумя городами за 10 часов, а пассажирский – за 12 часов 30 минут. Пассажирский поезд идёт со скоростью на 28 км/ч меньшей, чем скорый. Найдите расстояние между городами?

5.110. Грузовик проехал в первый день треть всего пути, во второй день – 90% пути, пройденного в первый день, а за третий день – остальные 440 км. Сколько километров проехал грузовик за второй день?

5.111. В апреле было отремонтировано $\frac{2}{9}$ дороги от села до станции, в мае – $\frac{6}{7}$ остатка, а в июне – остальные 5 км. Сколько километров дороги было отремонтировано в мае?

5.112. Из коробки сначала взяли 4 конфеты, потом – ещё четверть оставшихся конфет. После этого в коробке осталось $\frac{2}{3}$ всех конфет. Сколько конфет осталось в коробке?

5.113. От бревна отпилили сначала 30%, а потом 40% остатка. После этого длина оставшейся части бревна стала равна 2,1 м. Сколько метров отпилили от бревна в первый раз?

5.114. В питомнике было 450 саженцев яблонь и 180 саженцев слив. За день купили в 4 раза больше яблонь, чем слив, и саженцев слив осталось на 150 меньше, чем яблонь. Сколько всего саженцев купили за этот день?

5.115. В одном бассейне было в 3 раза больше воды, чем в другом. Когда из каждого бассейна выкачали по 200 $м^3$ воды, во втором осталось в 5 раз меньше воды, чем в первом. Сколько кубических метров воды было в каждом бассейне первоначально?

5.116. В первой пачке было в 1,5 раза больше тетрадей, чем во второй. После того, как из первой пачки переложили во вторую 6 тетрадей, в обеих пачках тетрадей стало поровну. Сколько тетрадей было в каждой пачке?

5.117. В первой бутылке было в 4 раза больше оливкового масла, чем во второй. Когда из первой бутылки перелили во вторую 1,6 л, то во второй бутылке стало в 1,5 раза больше масла, чем в первой. Сколько литров масло стало в каждой бутылке?

5.118. Отрезок AB в 2 раза короче отрезка CD. Если длину отрезка AB увеличить на 3 см, а длину CD уменьшить на 40%, то длина AB составить 75% длины CD. Какова длина отрезка CD?

На какую цифру оканчивается произведение всех нечётных чисел от 1 до 2011?

5.119. Проволоку длиной 10 м 20 см разрезали на две части так, что 80% длины первого куска оказались равны 90% длины второго. На сколько процентов первый кусок длиннее второго?

5.120. В двух пакетах 5 кг сахара. После того как из первого пакета отсыпали $\frac{2}{3}$ части, а из второго $\frac{1}{7}$ часть, в обоих пакетах сахара стало поровну. Сколько сахара было в каждом пакете первоначально?

5.121. В первом вагоне трамвая ехало в 1,2 раза меньше пассажиров, чем во втором. На остановке из первого вагона вышел 1 человек, а вошли 6. Из второго вагона вышли 4 человека, а вошли 3. После этого во втором вагоне стало на 8% меньше пассажиров, чем в первом. Сколько пассажиров стало в каждом вагоне?

5.122. В одном классе на 5 учеников меньше, чем во втором. Когда в первом классе число учеников увеличилось на 8%, а во втором – уменьшилось на 10%, в обоих классах учеников стало поровну. Сколько учеников стало в каждом классе?

5.123. Чайник и 6 чашек стоят вместе 480 рублей. Чайник стоит на 50% дороже чашки. Сколько стоит чайник с двумя чашками?

5.124. Рубашка, брюки и пиджак стоят вместе 11880 рублей. Рубашка стоит при этом на 20% дешевле, чем брюки, а пиджак стоит на 20% дороже, чем рубашка и брюки вместе. Что сколько стоит?

5.125. За контрольную работу $\frac{1}{6}$ часть класса получила пятёрки, $\frac{8}{15}$ -- четвёрки, троек было на 10 меньше, чем четвёрок, а двое, к сожалению, было 3. Какой процент учеников класса написал контрольную работу на «4» и на «5»?

5.126. Одно число больше другого на 3. Если меньшее число увеличить на 50%, а большее уменьшить на 40%, то их сумма не изменится. Найдите эти числа. На сколько процентов первое число больше второго? На сколько процентов второе число меньше первого?

5.127. Трём братьям вместе 45 лет. Возраст младшего брата на 60% меньше возраста среднего брата, а возраст старшего брата – на 60% больше возраста среднего. Сколько лет каждому?

5.128. В библиотеке книги на французском языке составляют 48% от числа книг на английском языке, а вместе они составляют 5% числа всех книг в библиотеке. Сколько книг в библиотеке, если книг на английском языке на 260 больше, чем на французском.

5.129. Сплав состоит из золота и серебра, причём золото составляет 40% спала. Если к сплаву добавить ещё 80 г золота, то золото будет составлять половину сплава. Сколько золота и серебра в сплаве?

5.130. В 5-процентный раствор соли добавили ещё 50 г соли, и концентрация соли в нём составила 24%. Сколько граммов соли было в растворе первоначально?

5.131. Одна сторона треугольника составляет $\frac{4}{9}$ его периметра, вторая – на 10% меньше первой, а третья равна 14 см. Найдите периметр треугольника.

5.132. Периметр четырёхугольника равен 58 см. Первая его сторона составляет 60% второй, третья – на 25% меньше суммы первых двух, а четвёртая – на 7 см больше первой. Какова длина каждой стороны?

Найдите два числа, сумма которых равна 432, а НОД равен 48. Сколько решений имеет задача?

5.133. Ширина прямоугольника на 48% меньше длины, а его периметр равен 7,6 см. Чему равна площадь этого прямоугольника?

5.134. Длина прямоугольника на 3,6 см больше ширины, а ширина составляет $\frac{1}{7}$ его периметра. Какова площадь прямоугольника?

5.135. Пароход, собственная скорость которого 22 км/ч, прошёл за 1 час 15 минут по течению реки такое же расстояние, как и за 1 час 30 минут против течения. Найдите скорость течения реки?

5.136. Моторная лодка за 2 часа против течения реки прошла расстояние, на 25% меньшее, чем за то же время по течению. Какова собственная скорость лодки, если скорость течения реки равна 2,5 км/ч. Определите, какое данное в условии задачи является лишним.

5.137. Из двух пунктов, расстояние между которыми 2 км, одновременно навстречу друг другу отправились пешеход и всадник. Какова скорость каждого, если всадник ехал на 12 км/ч быстрее пешехода и они встретились через 5 минут?

5.138. Пассажирский и товарный поезд вышли в одном направлении одновременно с двух станций, расстояние между которыми 256 км. Скорость пассажирского поезда была на 50% больше скорости товарного и через 8 ч после выхода пассажирский поезд догнал товарный. С какими скоростями они шли?

5.139. Грузовик и легковой автомобиль ехали по шоссе навстречу друг другу. Через 20 минут после встречи расстояние между ними стало равно 54 км. Скорость грузовика относится к скорости автомобиля как 4:5. Найдите скорости автомобиля и грузовика.

5.140. Миша разместил в первый альбом 20% своих марок, во второй -- $\frac{1}{3}$ остатка, а в третий – остальные 56 марок. Сколько всего марок у Миши?

5.141. В течение июня солнечных дней было на 20% больше, чем пасмурных, а дождливых – на 4 дня меньше, чем солнечных. Какой процент солнечных дней был в июне?

5.142. На двух элеваторах зерна было поровну. Когда из первого элеватора вывезли 140 т зерна, а из второго – в 2,5 раза больше, во втором элеваторе зерна осталось в 2,4 раза меньше, чем в первом. Сколько тонн зерна было на элеваторах первоначально?

5.143. На обивку дивана и кресел потребовалось 13,2 м^2 ткани. На обивку одного кресла пошло на 68% меньше ткани, чем на обивку дивана. Сколько ткани идёт на обивку одного кресла?

5.144. На кинофестивале в конкурсной программе участвовали художественные и документальные фильмы, причём художественных было на 12 меньше. По условиям фестиваля документальный фильм должен идти 30 минут, а художественный – в 3 раза дольше. Сколько всего фильмов приняло участие в конкурсе, если жюри конкурса затратило на их просмотр 42 часа?

5.145. Патрульный катер плывёт по реке, скорость течения которой 2 км/ч. За 6 часов по течению реки и 8 часов против течения катер проплыл 164 км. Найдите собственную скорость катера. Сколько времени потребуется катеру, чтобы проплыть 54 км по озеру?

5.146. Обед в столовой состоит из салата, борща, котлет и компота. Салат стоит 24 рубля. Стоимость борща составляет 25% стоимости всего обеда, котлеты на 60% дороже борща, а компот – на 8 рублей дешевле борща. Сколько стоит весь обед?

Чему равна сумма 123456789 + 234567891 + 345678912 + … + 912345678?

5.147. Пешеход рассчитал, что двигаясь с определённой скоростью, пройдёт намеченный путь за 3 ч 50 минут. Но увеличив эту скорость на 1 км/ч, он прошёл этот путь за 3 ч. Какова длина пути?

5.148. Расстояние между двумя пристанями катер проплывает по расписанию за 2 часа 30 минут. Через час после отправления из-за штормовой погоды он снизил скорость на 10 км/ч, и поэтому в пункт назначения прибыл с опозданием на полчаса. С какой первоначальной скоростью плыл катер?

5.149. Расстояние от дома до школы Гоша проходит пешком за треть часа, а на велосипеде проезжает за 8 минут. На каком расстоянии от школы живёт Гоша, если его скорость на велосипеде на 9 км/ч больше, чем скорость пешком?

5.150. Пшеницей засеяно 2 участка земли общей площадью 75 га. На одном участке собрали урожай 32 ц с гектара, а на втором – 28 ц с гектара. Сколько тонн пшеницы собрали с двух участков, если с первого собрали на 30 т пшеницы больше, чем со второго?

5.151. С первого поля собрали на 25% меньше хлопка, чем со второго, а с третьего – на 20% меньше, чем с первых двух. Сколько тонн хлопка собрали с трёх полей вместе, если с третьего поля собрали хлопка на 48 ц больше, чем со второго?

5.152. На тренировке лыжник пробежал первый круг на 5% быстрее, чем второй, а третий круг – на 14% медленнее, чем второй. Сколько времени в среднем он тратил на один круг, если третий круг он пробежал на 4 минуты 45 секунд медленнее, чем первый? На сколько процентов медленнее он пробежал третий круг, чем первый?

5.153. В магазин завезли фрукты и продали их за три дня. В первый день продали 30% всех фруктов, во второй день -- $\frac{2}{5}$ остатка, а в третий день – остальные 168 кг. Сколько всего килограммов фруктов завезли в магазин?

5.154. Длина окружности переднего колеса повозки равна 2,8 м, а заднего – 3,5 м. Какое расстояние проехала повозка, если переднее колесо сделало на 50 оборотов больше заднего?

5.155. Длина окружности заднего колеса кареты на 0,8 м больше длины окружности переднего колеса. Какое расстояние проехала карета, если заднее колесо сделало 450 оборотов, а переднее – на 75 оборотов больше?

5.156. Печник должен был сложить печь за 12 дней. Но он выкладывал в день на 0,25 $м^3$ больше, чем предполагал, и поэтому закончил работу на 4 дня раньше намеченного срока. Найдите объём печи.

5.157. Бригада рабочих должна была сделать ремонт дороги за определённы срок, ремонтируя в день по 2 км. Однако в день она ремонтировала на 0,1 км больше, и поэтому за 3 дня до срока ей осталось отремонтировать 4,5 км. Найдите длину дороги.

5.158. Автобус проходит расстояние от города до озера за 3 ч. Автомобиль, скорость которого на 12 км/ч больше скорости автобуса, проходит это же расстояние на 30 минут быстрее. Найдите расстояние от города до озера.

5.159. В трёх школах учатся 1260 учеников. Число учащихся первой школы на 10% меньше, чем второй, а число учащихся второй школы составляет 80% от числа учащихся третьей школы. Сколько учащихся в каждой из этих трёх школ?

Расставьте в квадрате 4×4 одного короля, одного слона и двух ладей так, чтобы они не били друг друга.

5.160. Катер проплыл расстояние между двумя пристанями по течению реки за 1,5 ч, а против течения – на 15 минут дольше. Какова собственная скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч?

5.161. Моторная лодка шла 40 минут по течению реки и 1 час 30 минут против течения. За всё это время она прошла 41,4 км. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки по течению на 20% больше её скорости против течения.

5.162. На одной полке в 5 раз больше книг, чем на второй. После того как с первой полки переложили на вторую 12 книг, на полках книг стало поровну. Сколько книг было первоначально на каждой полке?

5.163. На двух полках было книг поровну. Если на вторую полку положить ещё 15 книг, то на ней книг станет в 2,5 раза больше, чем на первой. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

5.164. На путь от посёлка до города велосипедист затрачивает 2 часа, а пешеход – 6 часов. Скорость велосипедиста на 12 км/ч больше скорости пешехода. С какой скоростью идёт пешеход?

5.165. В первой корзине было в 5 раз больше яблок, чем во второй. После того как из первой корзины взяли 8 кг и переложили их во вторую корзину, яблок в корзинах стало поровну. Сколько яблок было первоначально в каждой корзине?

5.166. В двух корзинах было поровну яблок. Если из первой корзины взять 2,8 кг, то во второй будет в 2 раза больше яблок, чем в первой. Сколько килограммов яблок было в каждой корзине первоначально?

5.167. Туристы шли по дороге со скоростью 4 км/ч, а по шоссе – со скоростью 6 км/ч. На путь по шоссе они затратили на 3 часа меньше, чем на путь по дороге. Сколько времени туристы шли по шоссе, если пути по дороге и по шоссе равны?

5.168. В трёх книгах 520 страниц. Число страниц во второй книге составляет 40% числа страниц в первой, а число страниц в третьей составляет $1/3$ числа страниц в первой. Определите число страниц в каждой книге.

5.169. Теплоход прошёл 4 часа против течения и 1,5 часа по течению, причём путь против течения оказался больше, чем путь по течению на 57 км. Найдите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки 3 км/ч.

5.170. Чтобы выполнить заказ в срок, токарь должен был изготавливать по 6 деталей в час. Изготавливая в час по 8 деталей, он выполнил заказ на 1 час раньше срока. Сколько всего деталей изготовил токарь?

5.171. С трёх участков собрали 68 тонн бананов. С первого участка собрали $2/3$, а с третьего – 60% количества бананов, собранного со второго участка. Определите, сколько тонн бананов собрали с каждого участка.

5.172. Моторная лодка за 24 минуты по течению реки прошла на 2,5 км больше, чем за 15 минут против течения реки. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч.

5.173. Бригада трактористов планировала вспахивать в день по 40 га, но из-за ненастной погоды она вспахивала в день по 30 га и закончила работу на 2 дня позже срока. Найдите площадь участка.

Разрезать квадрат 6×6 **по сторонам клеток на 7 различных прямоугольников.**

5.174. Из двух пунктов, расстояние между которыми 117 км, одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Скорость мотоциклиста на 50 км/ч больше скорости велосипедиста. Сколько километров проехал каждый до встречи, если она произошла через 1,5 часа после начала движения?

5.175. Из двух пунктов, расстояние между которыми 112,5 км, одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Скорость мотоциклиста в 4 раза больше скорости велосипедиста. Сколько километров проехал каждый до встречи, если она произошла через 1,5 часа после начала движения?

5.176. Автобус проходит расстояние от города до села за 1 час 48 минут, а легковая машина – на один час быстрее. Найдите расстояние от села до города, если известно, что скорость автобуса на 50 км/ч меньше скорости легковой машины.

5.177. В школьной библиотеке есть художественная, научно-популярная и справочная литература. Число книг с художественными произведениями составляет 75% всех книг библиотеки, число научно-популярных книг составляет 30% от числа художественных, а остальные 160 книг – справочники. Сколько всего книг в библиотеке?

5.178. Верёвку длиной 63 м разрезали на два куска, так, что 40% длины первого куска равны 30% длины второго куска. Найдите длину каждого куска верёвки.

5.179. В растворе содержится 40% соли. Если добавить 120 г соли, то в растворе будет содержаться 70% соли. Сколько граммов соли было в растворе первоначально?

5.180. Дана дробь $^{13}\!/_{17}$. Какое число нужно прибавить к числителю и знаменателю этой дроби, чтобы дробь стала равна $^{6}\!/_{7}$?

5.181. Океанский лайнер отправился в рейс. Когда он отошёл от берега на 180 миль, за ним вылетел самолёт с экстренной почтой. Скорость самолёта в 10 раз больше скорости лайнера. На каком расстоянии от берега самолёт догонит лайнер?

5.182. Скорость судна в стоячей воде 50 км/ч. На путь от A до B по течению реки оно тратит 3 часа, а на обратный путь 4,5 ч. Какова скорость течения реки?

5.183. Расстояние по реке между двумя пунктами равно 60 км. Из этих пунктов одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки, собственные скорости которых различаются в 1,5 раза. Через 2 часа лодки встретились. Найдите собственные скорости лодок.

5.184. Путь от города до посёлка автомобиль проезжает за 2,5 часа. Если он увеличит скорость на 20 км/ч, то за 2 часа он проедет путь на 15 км больший, чем расстояние от города до посёлка. Найдите это расстояние.

5.185. Из порта одновременно вышли два катера, один – на юг, другой – на север. Через 3 часа расстояние между ними составило 96 км. Найдите скорость первого катера, если она на 10 км/ч больше скорости второго катера.

5.186. Моторная лодка плыла по течению реки 3 ч, а на тот же путь против течения реки моторная лодка затратила 5 ч. Какова скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 10 км/ч?

5.187. Расстояние между двумя пунктами поезд проходит по расписанию за 7 часов. Через 6 часов после отправления он снизил скорость на 10 км/ч, поэтому в конечный пункт пришёл с опозданием на 10 минут. Найдите первоначальную скорость поезда.

Сумма углов треугольника. Равнобедренный треугольник.

Сумма углов любого треугольника равна 180^0.

Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

5.188. Один из углов треугольника равен 54º, а другой – 57º. Найдите третий угол треугольника.

5.189. Один из углов треугольника равен 68º, а другой – 59º. Найдите третий угол треугольника.

5.190. Один из углов треугольника на 12º больше другого и на 36º меньше третьего. Найдите углы треугольника.

5.191. Один из углов треугольника на 25º больше другого и на 17º меньше третьего. Найдите углы треугольника.

5.192. Один из углов треугольника на 27º больше другого и на 12º больше третьего. Найдите углы треугольника.

5.193. Один из углов треугольника на 34º больше другого и на 20º больше третьего. Найдите углы треугольника.

5.194. Один из углов треугольника вдвое меньше другого и в 3 раза меньше третьего. Найдите углы треугольника.

5.195. Один из углов треугольника в 4 раза меньше другого и в 5 раз меньше третьего. Найдите углы треугольника.

5.196. Один из углов треугольника в 5 раз больше другого и в 6 раз меньше третьего. Найдите углы треугольника.

5.197. Один из углов треугольника в 2 раза больше другого и в 2 раза меньше третьего. Найдите углы треугольника.

5.198. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если один из них на 12º больше другого.

5.199. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если один из них на 34º меньше другого.

5.200. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если один из них в 4 раза больше другого.

5.201. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если один из них в 3 раза меньше другого.

5.202. Углы треугольника относятся как 2 : 7 : 1. Найдите углы треугольника.

Докажите в общем виде, что сумма четырёхзначного числа и числа, записанного в обратном порядке, делится на 11.

5.203. Углы треугольника относятся как 3 : 2 : 5. Найдите углы треугольника.

5.204. Углы треугольника относятся как 5 : 9 : 6. Найдите углы треугольника.

5.205. Углы треугольника относятся как 9 : 17 : 10. Найдите углы треугольника.

5.206. Один из углов треугольника на 15º больше другого и в два раза больше третьего. Найдите углы треугольника.

5.207. Один из углов треугольника на 2º больше другого и в 3 раза больше третьего. Найдите углы треугольника.

5.208. Один из углов равнобедренного треугольника равен 40º. Найдите остальные углы треугольника. Сколько решений имеет задача?

5.209. Один из углов равнобедренного треугольника равен 28º. Найдите остальные углы треугольника. Сколько решений имеет задача?

5.210. Один из углов равнобедренного треугольника равен 118º. Найдите остальные углы треугольника. Сколько решений имеет задача? Почему?

5.211. Один из углов равнобедренного треугольника равен 102º. Найдите остальные углы треугольника. Сколько решений имеет задача? Почему?

5.212. Один из углов равнобедренного треугольника в 3 раза больше другого. Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?

5.213. Один из углов равнобедренного треугольника в 4 раза больше другого. Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?

5.215. Один из углов равнобедренного треугольника на 24º больше другого. Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?

5.216. Один из углов равнобедренного треугольника на 38º больше другого. Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?

Который час?

В следующих задачах речь идёт о минутной и часовой стрелках часов, секундная стрелка не рассматривается.

5.217. В полдень стрелки часов совпадают. Укажите три следующих момента времени, когда стрелки часов снова совпадут.

5.218. В 6 часов утра стрелки часов образуют угол 180^0. Укажите следующий момент времени, когда стрелки часов будут образовывать угол 180^0.

5.219. В 3 часа дня стрелки часов образуют угол 90^0. Укажите следующий момент времени, когда стрелки часов будут образовывать угол 90^0.

5.220. Укажите ближайший момент времени после полудня, когда часовая и минутная стрелка будут расположены симметрично относительно вертикальной прямой, проходящей через центр часов и деления, указывающие 6 часов и 12 часов.

Доказать, что число вида $\overline{aaabbb}$ делится на 37.

Глава 6. Весёлые картинки.

Множества точек на координатной прямой

6.1. Отметьте на координатной прямой точки, удовлетворяющие неравенству. Запишите какие-нибудь три числа, удовлетворяющие этому неравенству и, если возможно, наибольшее и наименьшее целое число, удовлетворяющие этому неравенству.

А) $x \le 5$ Б) $x \le 2$ В) $x < 4$ Г) $x < 3$

Д) $x \ge 6$ Е) $x \ge 1$ Ж) $x > -5$ З) $x > -2$

И) $-2 \le x \le 5$ Й) $-5 \le x \le 1$ К) $-2 < x < 7$ Л) $-3 < x < 4$

М) $-1 < x \le 4$ Н) $-4 < x \le 1$ О) $3 \le x < 6$ П) $-1 \le x < 8$

6.2. Отметьте на координатной прямой точки, удовлетворяющие системе неравенств. Запишите какие-нибудь три числа, удовлетворяющие этой системе неравенств и, если возможно, наибольшее и наименьшее целое число, удовлетворяющие этой системе неравенств.

А) $\begin{cases} x \ge 5 \\ x \le 7 \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x \ge 1 \\ x \le 5 \end{cases}$ В) $\begin{cases} x > 5 \\ x < 6 \end{cases}$ Г) $\begin{cases} x < 7 \\ x > 5 \end{cases}$

Д) $\begin{cases} x > -3 \\ x < 0 \end{cases}$ Е) $\begin{cases} x > 0 \\ x < 3 \end{cases}$ Ж) $\begin{cases} x \le 5 \\ x > 1 \end{cases}$ З) $\begin{cases} x < -1 \\ x \ge -4 \end{cases}$

И) $\begin{cases} x > 4 \\ x \ge 3 \end{cases}$ Й) $\begin{cases} x \ge 4 \\ x > 6 \end{cases}$ К) $\begin{cases} x < 7 \\ x < -3 \end{cases}$ Л) $\begin{cases} x < -5 \\ x < 1 \end{cases}$

М) $\begin{cases} x \ge 8 \\ x \ge 1 \end{cases}$ Н) $\begin{cases} x \ge -3 \\ x \ge -1 \end{cases}$ О) $\begin{cases} x \ge 0 \\ x \le 0 \end{cases}$ П) $\begin{cases} x \ge -3 \\ x < -4 \end{cases}$

6.3. Отметьте на координатной прямой точки, удовлетворяющие совокупности неравенств. Запишите какие-нибудь три числа, удовлетворяющие этой совокупности неравенств и, если возможно, наибольшее и наименьшее целое число, удовлетворяющие этой совокупности неравенств.

А) $\left[\begin{array}{l} x > -2 \\ x > 6 \end{array}\right.$ Б) $\left[\begin{array}{l} x < 1 \\ x < -3 \end{array}\right.$ В) $\left[\begin{array}{l} x \le -4 \\ x > -1 \end{array}\right.$ Г) $\left[\begin{array}{l} x \ge -2 \\ x < -5 \end{array}\right.$.

6.4. Отметьте на координатной прямой точки, удовлетворяющие условию. Запишите какие-нибудь три числа, удовлетворяющие этому условию и, если возможно, наибольшее и наименьшее целое число, удовлетворяющие этому условию.

А) $\begin{cases} -2 \le x \le 0 \\ -4 < x < -1 \end{cases}$ Б) $\begin{cases} 0 < x \le 7 \\ -4 < x < 9 \end{cases}$ В) $\begin{bmatrix} -2 \le x \le 0 \\ -4 < x < -1 \end{bmatrix}$ Г) $\begin{bmatrix} 0 < x \le 7 \\ -4 < x < -1 \end{bmatrix}$

Д) $\begin{cases} -5 \le x \le 6 \\ 0 < x < 7 \end{cases}$ Е) $\begin{cases} 2 \le x < 6 \\ -1 < x \le 8 \end{cases}$ Ж) $\begin{bmatrix} -5 \le x \le 6 \\ 0 < x < 7 \end{bmatrix}$ З) $\begin{bmatrix} 2 \le x < 6 \\ -1 < x \le 8 \end{bmatrix}$

И) $\begin{cases} -3 \le x \le 2 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$ Й) $\begin{cases} 5 < x < 6 \\ -1 \le x \le 7 \end{cases}$ К) $\begin{bmatrix} -3 \le x \le 2 \\ 0 < x < 1 \end{bmatrix}$ Л) $\begin{bmatrix} 5 < x < 6 \\ -1 \le x \le 7 \end{bmatrix}$

6.5. Отметьте на координатной прямой точки, удовлетворяющие условию:

А) $|x| = 4$ Б) $|x| = 1$ В) $|x| = 7$ Г) $|x| = 2$ Д) $|x| = 0$

6.6. Отметьте на координатной прямой точки, удовлетворяющие условию. Запишите какие-нибудь три числа, удовлетворяющие этому условию и, если возможно, наибольшее и наименьшее целое число, удовлетворяющие этому условию.

А) $|x| \le 2$ Б) $|x| \le 6$ В) $|x| \ge 5$ Г) $|x| \ge 3$ Д) $|x| < 5$

Е) $|x| < 4$ Ж) $|x| > 2$ З) $|x| > 6$ И) $2 \le |x| \le 5$ Й) $1 \le |x| \le 4$

6.7. Отметьте на координатной прямой точки, удовлетворяющие условию. Запишите какие-нибудь три числа, удовлетворяющие этому условию и, если возможно, наибольшее и наименьшее целое число, удовлетворяющие этому условию.

А) $\begin{cases} x > 4 \\ -1 \le x \le 5 \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x > -2 \\ -5 \le x \le 0 \end{cases}$ В) $\begin{bmatrix} x > 4 \\ -1 \le x \le 5 \end{bmatrix}$ Г) $\begin{bmatrix} x > -2 \\ -5 \le x \le 0 \end{bmatrix}$

6.8. Отметьте на координатной прямой точки, удовлетворяющие условию. Запишите какие-нибудь три числа, удовлетворяющие этому условию и, если возможно, наибольшее и наименьшее целое число, удовлетворяющие этому условию.

А) $|x-1| \le 2$ Б) $|x-5| \le 6$ В) $|x-5| < 2$ Г) $|x-4| < 1$

Д) $|x-2| > 3$ Е) $|x-3| > 2$ Ж) $|x-2| < 2$ З) $|x+1| \ge 1$

Множества точек на координатной плоскости.

6.9. Отметьте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

А) $x = 2$ Б) $x = 5$ В) $x = -4$ Г) $x = -1$

Д) $y = 6$ Е) $y = 3$ Ж) $y = -2$ З) $y = -3$

6.10. Какому условию удовлетворяют те и только те точки, которые:
А) лежат на оси X?
Б) лежат на оси Y ?

6.11. Отметьте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

А) $x \geq 3$ Б) $x \geq 7$ В) $x \leq 2$ Г) $x \leq 3$

Д) $x \geq -4$ Е) $x \geq -2$ Ё) $x \leq -3$ Ж) $x \leq -5$

З) $y \geq 1$ И) $y \geq 6$ Й) $y \leq 3$ К) $y \leq 2$

Л) $y \geq -4$ М) $y \geq -1$ Н) $y \leq -3$ О) $y \leq -5$

П) $x > 2$ Р) $x > 4$ С) $x < 5$ Т) $x < 1$

У) $x > -4$ Ф) $x > -3$ Х) $x < -2$ Ц) $x < -4$

Ч) $y > 5$ Ш) $y > 1$ Щ) $y < 3$ Ъ) $y < 7$

Ы) $y > -2$ Ь) $y > -1$ Э) $y < -4$ Ю) $y < -6$

6.12. Отметьте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

А) $-2 \leq x \leq 4$ Б) $-3 \leq x \leq 5$ В) $1 < x < 4$ Г) $-4 < x < 1$

Д) $-3 \leq x < 4$ Е) $-2 \leq x < 1$ Ж) $2 \leq x < 5$ З) $-4 < x \leq 3$

И) $-1 < x \leq 1$ Й) $-5 \leq y \leq 2$ К) $-3 \leq y \leq 2$ Л) $5 < y < 6$

М) $-1 < y < 3$ Н) $0 \leq y < 2$ О) $-3 \leq y < 0$ П) $2 < y \leq 4$

Р) $-2 \leq y < 1$ С) $-2,5 < x \leq 0,5$ Т) $-0,5 \leq y < 1,5$ У) $-5 \leq y < 2$

6.13. Отметьте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

А) $|x| = 4$ Б) $|x| = 1$ В) $|y| = 6$ Г) $|y| = 1$

Д) $|x| = 8$ Е) $|x| = 3$ Ж) $|y| = 2$ З) $|y| = 5$

6.14. Отметьте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

А) $|x| \le 3$ Б) $|x| \le 5$ В) $|x| \ge 2$ Г) $|x| \ge 1$

Д) $|x| < 4$ Е) $|x| < 6$ Ж) $|x| > 2$ З) $|x| > 1$

И) $|y| \le 5$ Й) $|y| \le 3$ К) $|y| \ge 3$ Л) $|y| \ge 6$

М) $|y| < 4$ Н) $|y| < 1$ О) $|y| > 3$ П) $|y| > 5$

6.15. Отметьте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

А) $\begin{cases} x \le -3 \\ y > 4 \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x > 1 \\ y \le -5 \end{cases}$ В) $\begin{cases} x \ge -2 \\ y \ge 4 \end{cases}$ Г) $\begin{cases} x \le -3 \\ y \le 2 \end{cases}$

Д) $\begin{cases} x \le 4 \\ y \le -1 \end{cases}$ Е) $\begin{cases} x \ge 5 \\ y \ge -3 \end{cases}$ Ж) $\begin{cases} x > -1 \\ y > 4 \end{cases}$ З) $\begin{cases} x > 2 \\ y > -3 \end{cases}$

И) $\begin{cases} x < 4 \\ y < -2 \end{cases}$ Й) $\begin{cases} x < -3 \\ y < 5 \end{cases}$ К) $\begin{cases} x > -1 \\ y \ge 0 \end{cases}$ Л) $\begin{cases} x > 3 \\ y \ge 0 \end{cases}$

М) $\begin{cases} x > -3 \\ y \ge 2 \end{cases}$ Н) $\begin{cases} x < 1 \\ y \le -2 \end{cases}$ О) $\begin{cases} x > 0 \\ y \ge -4 \end{cases}$ П) $\begin{cases} x < 0 \\ y \le 3 \end{cases}$

6.16. Какому условию удовлетворяют те и только те точки, которые лежат:
А) в I координатной четверти?
Б) во II координатной четверти?
В) в III координатной четверти?
Г) в IV координатной четверти?

6.17. Отметьте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

А) $\begin{bmatrix} x \ge -1 \\ y < 2 \end{bmatrix}$ Б) $\begin{bmatrix} x > 3 \\ y \le -2 \end{bmatrix}$ В) $\begin{bmatrix} x \ge -1 \\ y \ge -2 \end{bmatrix}$ Г) $\begin{bmatrix} x \le -5 \\ y \le -1 \end{bmatrix}$ Д) $\begin{bmatrix} x < 2 \\ y > -4 \end{bmatrix}$

Е) $\begin{bmatrix} x > -5 \\ y < 1 \end{bmatrix}$ Ж) $\begin{bmatrix} x \le 0 \\ y < 4 \end{bmatrix}$ З) $\begin{bmatrix} x \ge 0 \\ y > -1 \end{bmatrix}$ И) $\begin{bmatrix} x > 7 \\ y < 0 \end{bmatrix}$ Й) $\begin{bmatrix} x < 4 \\ y > 0 \end{bmatrix}$

6.18. Отметьте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

А) $\begin{cases} -2 < x < 1 \\ 2 < y < 6 \end{cases}$ Б) $\begin{cases} 4 < x < 5 \\ -1 < y < 2 \end{cases}$ В) $\begin{cases} -5 \le x \le 3 \\ -6 < y < -1 \end{cases}$ Г) $\begin{cases} -5 < x < -3 \\ -1 \le y \le 2 \end{cases}$

Д) $\begin{bmatrix} -2 \le x \le -1 \\ -3 \le y \le -2 \end{bmatrix}$ Е) $\begin{bmatrix} 3 \le x \le 5 \\ -5 \le y \le -3 \end{bmatrix}$ Ж) $\begin{bmatrix} -7 < x < -4 \\ -1 < y < 0 \end{bmatrix}$ З) $\begin{bmatrix} -2 < x < 4 \\ 0 < y < 4 \end{bmatrix}$

И) $\begin{cases} \lvert x \rvert < 3 \\ \lvert y \rvert < 2 \end{cases}$ Й) $\begin{cases} \lvert x \rvert < 1 \\ \lvert y \rvert < 4 \end{cases}$ К) $\begin{bmatrix} \lvert x \rvert < 3 \\ \lvert y \rvert < 2 \end{bmatrix}$ Л) $\begin{bmatrix} \lvert x \rvert < 1 \\ \lvert y \rvert < 4 \end{bmatrix}$

М) $\begin{cases} \lvert x \rvert > 3 \\ \lvert y \rvert < 2 \end{cases}$ Н) $\begin{cases} \lvert x \rvert < 1 \\ \lvert y \rvert > 5 \end{cases}$ О) $\begin{bmatrix} \lvert x \rvert > 3 \\ \lvert y \rvert < 2 \end{bmatrix}$ П) $\begin{bmatrix} \lvert x \rvert < 1 \\ \lvert y \rvert > 5 \end{bmatrix}$

6.19. Отметьте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

А) $x = y$ Б) $x = -y$ В) $x = \lvert y \rvert$ Г) $y = \lvert x \rvert$

Д) $\lvert x \rvert = \lvert y \rvert$ Е) $x \ge y$ Ж) $x \le -y$ З) $\lvert x \rvert + \lvert y \rvert = 1$

И) $\lvert x \rvert + \lvert y \rvert \le 2$ К) $\lvert x \rvert + \lvert y \rvert \ge 3$ Л) $x \ge \lvert y \rvert$ М) $y \le 2x$

Н) $y \ge \frac{1}{3}x$ О) $xy \le 0$ П) $(x-1)(y-2) \ge 0$ Р) $x(x-y) \ge 0$

С) $(x-2y)(2x-y) \ge 0$ Т) $y = x^2$ У) $y = \frac{1}{x}$ Ф) $y = -\frac{2}{x}$

Х) $\max\{x, y\} = 1$ Ц) $\min\{x; y\} = -2$ Ч) $\max\{x, y\} \le 3$ Ш) $\max\{x, y\} > 2$

Щ) $\min\{x; y\} < 0$ Ъ) $\min\{x; y\} \ge 1$ Ы) $(\lvert x \rvert - 1)(\lvert y \rvert - 2) \le 0$ Ь) $x^2 + y^2 > 0$

Элементарные площади на координатной плоскости.

1. Площадь прямоугольника $S = ab$, где a и b – стороны прямоугольника.	2. Площадь прямоугольного треугольника $S = \frac{ab}{2}$, где a и b – катеты прямоугольного треугольника.
3. Площадь параллелограмма $S = ah$, где a – сторона параллелограмма, h – высота, проведённая к этой стороне.	4. Площадь произвольного треугольника $S = \frac{ah}{2}$, где a – сторона треугольника, h – высота, проведённая к этой стороне.
5. Площадь трапеции $S = \frac{a+b}{2}h$, где a и b – основания трапеции, h – высота трапеции.	6. Площадь четырёхугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны (в частности, площадь ромба) $S = \frac{d_1 d_2}{2}$, где d_1 и d_2 – диагонали четырёхугольника.
7. Длина окружности $l = 2\pi R$, где R – радиус окружности.	8. Площадь круга $S = \pi R^2$, где R – радиус круга.

6.20. Найдите площадь треугольника $\triangle ABC$, если:

А) A(− 4; 5), B(2; 5), C(2; −3)

Б) A(−3; − 4), B(−3; 6), C(2; −4)

В) A(−3; −2), B(1; 5), C(5; −2)

Г) A(−4; 5), B(−3; −6); C(2; −4)

Д) A(−2;3), B(8; −4), C(1; −3)

Е) A(3; 4), B(−1; 3), C(−5; −4)

6.21. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, если:

А) A(−5; −3), B(−1;4), C(3;4), D(5; −3)

Б) A(−7; −1), B(−2; 3), C(2;3), D(7; −1)

В) A(−6; −2), B(−4; −4), C(4;0), D(0;1)

Г) A(0;3), B(3;2), C(4; −6), D(−5; −3)

Д) A(0; −4), B(2;−5), C(7;3), D(−2;5)

Е) A(−6;0), B(−4; −3), C(4;0),D(5;−2)

Ж) A(−6; −2), B(0;6), C(8; −1), D(1;3)

З) A(5; −6), B(−7; −2), C(2;5), D(−2;0)

6.22. Найдите площади фигур, изображённых на координатной плоскости.

1. $A(-1;1)$, $B(2;4)$, $C(6;1)$

2. $A(0;2)$, $B(6;5)$, $C(4;2)$

3. $A(1;-1)$, $B(3;-3)$, $C(-5;-1)$

4. $A(-4;7)$, $B(0;5)$, $C(-4;-1)$

5. $A(2;1)$, $B(6;-5)$, $C(6;-6)$

6. $A(0;0)$, $B(1;9)$, $C(1;1)$

7. $A(0;0)$, $B(0;6)$, $C(8;0)$

8. $A(-1;-1)$, $B(-5;-1)$, $C(-1;-2)$

9. $A(-3;0)$, $B(0;3)$, $C(1;-1)$

10. $A(-1;1)$, $B(5;3)$, $C(2;-1)$

11. $A(-4;-1)$, $B(-3;2)$, $C(1;2)$, $D(0;-1)$

12. $A(1;-2)$, $B(1;6)$, $C(2;5)$, $D(2;-3)$

13. $A(-2;-5)$, $B(-2;-3)$, $C(4;3)$, $D(4;1)$

14. $A(-3;-1)$, $B(-2;2)$, $C(2;3)$, $D(1;0)$

15. $A(1;-3)$, $B(2;1)$, $C(5;1)$, $D(7;-3)$

16. $A(-3;0)$, $B(-3;6)$, $C(0;4)$, $D(0;0)$

17. $A(1;4)$, $B(4;3)$, $C(3;-5)$, $D(1;-2)$

18. $A(-3;-1)$, $B(1;3)$, $C(4;3)$, $D(-2;-3)$

19. $A(1;-2)$, $B(3;1)$, $C(6;-2)$, $D(3;-6)$

20. $A(-3;-3)$, $B(2;-2)$, $C(4;-3)$, $D(-2;-4)$

21. $A(1;2)$, $B(2;3)$, $C(3;2)$, $D(2;1)$

22. $A(-2;-1)$, $B(1;0)$, $C(4;-1)$, $D(1;-2)$

23. $A(-4;-1)$, $B(-2;2)$, $C(2;3)$, $D(3;-2)$

24. $A(-2;1)$, $B(4;0)$, $C(-1;4)$, $D(-1;-3)$

25. $A(-4;-2)$, $B(-2;1)$, $C(0;3)$, $D(4;0)$, $E(2;-3)$

6.23. Изобразите на одной координатной плоскости и найдите площади следующих треугольников. Какое наблюдение можно сделать?

А) $A(1;1)$, $B(3;1)$, $C(3;3)$ Б) $A(1;1)$, $B(3;1)$, $C(2;3)$ В) $A(1;1)$, $B(3;1)$, $C(5;3)$

Г) $A(1;1)$, $B(3;1)$, $C(0;3)$ Д) $A(1;1)$, $B(3;1)$, $C(-5;3)$ Е) $A(1;1)$, $B(3;1)$, $C(10;3)$

6.24. Постройте на координатной плоскости (на клетчатой бумаге)
А) квадрат площади 4;
Б) прямоугольный треугольник площади 6;
В) не прямоугольный треугольник площади 6;
Г) квадрат площади 5.

6.25. А) Найдите площадь кольца, заключённого между концентрическими окружностями радиусов 2 и 3. Б) Найдите площадь кольца, заключённого между концентрическими окружностями радиусов 3 и 5.

Приложение.

Варианты городской контрольной работы за шестой класс.

Демо-версия работы
итогового рубежного контроля за 6 класс
(апрель 2007)

На выполнение даётся 45 мин.
Отметка 5 ставится за пять заданий.
Задания 1 и 2 считаются **выполненными**, если верные ответы получены **в двух из трех пунктов.**

1. Выполните действия:
   1а) $32 \cdot (6-13) - 32 \cdot (13-16)$;
   1б) $2\frac{2}{11} \cdot (\frac{5}{6} - \frac{3}{8})$;
   1в) $7{,}6 : 0{,}19$.

2.
   2а) На экскурсию поехали 9 школьников, что составило треть класса. Сколько учащихся в классе?

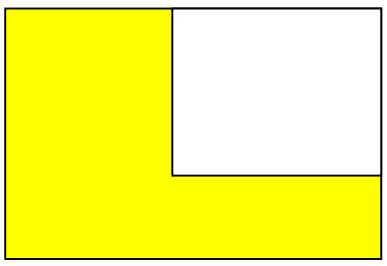
   2б) Товар без скидки стоит 120 рублей. Сколько будет стоить этот же товар с 20%-ной скидкой?

   2в) Сколько баночек йогурта по цене 6 руб 60 коп можно купить на 25 рублей?

3. Решите уравнение
   $4 \cdot (x-1) + 2 \cdot (4-x) = 1$.

4. Велосипедист выехал из села в 9 часов утра со скоростью 15 км/ч. В полдень навстречу ему из города вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Они встретились в 2 часа дня. Какое расстояние между этими селом и городом?

5. От прямоугольной пластины со сторонами 5 см м и 7 см отрезали прямоугольный кусок со сторонами 3 см и 4 см (см. рис). Найти площадь оставшейся части пластины.



Московский институт открытого образования
Кафедра математики

Итоговый контроль по математике. 6 класс. 24 апреля 2007

Вариант 3

1. Выполните действия:

   а) $19 \cdot (7 - 21) - 19 \cdot (17 - 21)$;

   б) $1\frac{5}{13} \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9}\right)$;

   в) $0{,}25 : \frac{5}{2}$.

2. Решите задачу.

   а) В концерте участвовали 8 школьников, что составило четверть класса. Сколько учащихся в классе?

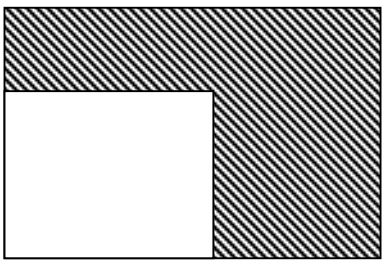
   б) Цена товара 330 рублей. Сколько будет стоить этот же товар с 10%-ной скидкой?

   в) В тележку помещается 5 бидонов молока. Какое наименьшее количество рейсов нужно сделать этой тележке, чтобы перевезти 93 бидона?

3. Решите уравнение $2 \cdot (x - 3) + 5 \cdot (2 - x) = 12$.

4. Витя вышел из дома со скоростью 80 м/мин, через 5 минут навстречу ему из школы вышла его сестра Таня со скоростью 70 м/мин. Через сколько минут после выхода Таня они встретились, если расстояние между домом и школой 1450 м?

5. От прямоугольной пластины со сторонами 4 см и 9 см отрезали прямоугольник со сторонами 2 см и 5 см (смотри рисунок). Найдите:
   а) площадь оставшейся части пластины;
   б) периметр оставшейся части пластины.



Московский институт открытого образования
Кафедра математики

Итоговый контроль по математике. 6 класс. 24 апреля 2007

Вариант 4

1. Выполните действия:

   а) $23 \cdot (8 - 21) - 23 \cdot (8 - 11)$;

   б) $1\frac{11}{13} \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{8}\right)$;

   в) $0{,}35 : \frac{7}{4}$.

2. Решите задачу.

   а) В концерте участвовали 5 школьников, что составило пятую часть класса. Сколько учащихся в классе?

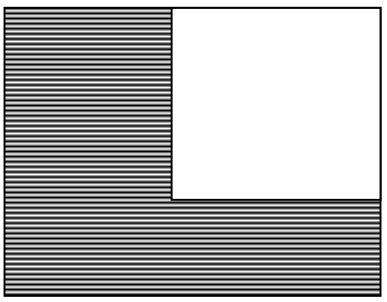
   б) Цена товара 300 рублей. Сколько будет стоить этот же товар с 25%-ной скидкой?

   в) В тележку помещается 6 бидонов молока. Какое наименьшее количество рейсов нужно сделать этой тележке, чтобы перевезти 83 бидона?

3. Решите уравнение $3 \cdot (x - 2) + 7 \cdot (3 - x) = 12$.

4. Витя вышел из дома со скоростью 70 м/мин, через 5 минут навстречу ему из школы вышла его сестра Таня со скоростью 60 м/мин. Через сколько минут после выхода Таня они встретились, если расстояние между домом и школой 1650 м?

5. От прямоугольной пластины со сторонами 5 см и 8 см отрезали прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см (смотри рисунок). Найдите:
   а) площадь оставшейся части пластины;



Московский институт открытого образования
Кафедра математики

Итоговый контроль по математике. 6 класс. 24 апреля 2007

Вариант 5

6. Выполните действия:

   а) $29 \cdot (9 - 41) - 29 \cdot (19 - 41)$;

   б) $1\frac{7}{17} \cdot \left(\frac{5}{8} + \frac{1}{6}\right)$;

   в) $0{,}45 : \frac{9}{2}$.

7. Решите задачу.

   а) Вася не смог сделать 3 примера, что составило пятую часть домашнего задания. Сколько всего примеров задали Васе?

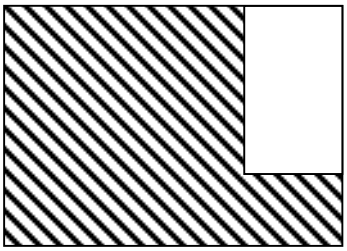
   б) После того, как подсушили 160 кг свежих абрикосов, они стали легче на 25%. Сколько весят сушеные абрикосы?

   в) Одна тетрадь стоит 4 р. 20 коп. Сколько можно купить тетрадей на 24 рубля?

8. Решите уравнение $2 \cdot (x - 9) + 5 \cdot (3 - x) = 3$.

9. Из города А в город В вышел автобус со скоростью 50 км/ч. Через 4 ч из города В ему навстречу вышел автомобиль со скоростью 80 км/ч. Через сколько часов после выхода автомобиля они встретятся, если расстояние между городами 720 км?

10. От прямоугольной пластины со сторонами 7 см и 9 см отрезали прямоугольник со сторонами 5 см и 2 см (смотри рисунок). Найдите площадь оставшейся части пластины.



Московский институт открытого образования
Кафедра математики

Итоговый контроль по математике. 6 класс. 24 апреля 2007

Вариант 6

6. Выполните действия:

а) $37 \cdot (17 - 24) - 37 \cdot (17 - 34)$;

б) $1\frac{1}{17} \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{6}\right)$;

в) $0{,}25 : \frac{5}{4}$.

7. Решите задачу.

а) Петя решил 4 примера, что составило четверть домашнего задания. Сколько примеров задали Пете?

б) В ящик сеялки было засыпано 250 кг зерна. После 2 часов работы количество зерна уменьшилось на 20%. Сколько килограммов зерна осталось в ящике сеялки?

в) Одна тетрадь стоит 3 р. 60 коп. Сколько можно купить тетрадей на 15 рублей?

8. Решите уравнение $3 \cdot (x - 6) + 6 \cdot (2 - x) = 6$.

9. Из города А в город В вышел поезд со скоростью 50 км/ч. Через 3 ч из города В ему навстречу вышел поезд со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов после выхода второго поезда они встретились, если расстояние между городами 480 км?

10. От прямоугольной пластины со сторонами 3 см и 9 см отрезали прямоугольник со сторонами 2 см и 4 см (смотри рисунок).

Найдите площадь оставшейся части пластины.



Московский институт открытого образования
Кафедра математики

Итоговый контроль по математике. 6 класс. 24 апреля 2008

Вариант 1

1. Выполните действия:

   а) $42 \cdot (24 - 8) - 37 \cdot (24 - 8)$;

   б) $12{,}4 \cdot (5{,}4 - 3{,}9)$;

   в) $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : 0{,}5$.

2. Решите задачу.

   а) Туристы прошли 6 км, что составило одну четвертую запланированного пути. Какое расстояние планировали пройти туристы?

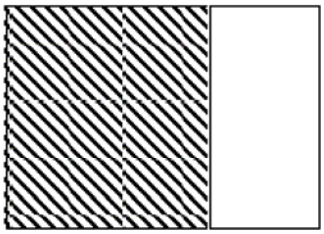
   б) Баррель нефти стоил 95 долларов. За три месяца нефть подорожала на 20%. Сколько стал стоить баррель нефти после подорожания?

   в) Бутылка воды стоит 9 р 40 коп. Сколько таких бутылок можно купить на 46 рублей?

3. Решите уравнение $9x - 5 - 4(x - 5) = 0$.

4. Из города А в город В выехал велосипедист со скоростью 21 км/ч. Через 2 часа вслед за ним выехал мотоциклист со скоростью 35 км/ч. Через какое время мотоциклист догонит велосипедиста?

5. От прямоугольной пластины со сторонами 12 см и 8 см отрезали прямоугольник площадью 56 см^2 (на рисунке отрезанная часть заштрихована).
   Найдите длины сторон оставшейся части пластины.



CC

Московский институт открытого образования
Кафедра математики

Итоговый контроль по математике. 6 класс. 24 апреля 2008

Вариант 2

1. Выполните действия:

   а) $53 \cdot (22 - 8) - 48 \cdot (22 - 8)$;

   б) $14{,}6 \cdot (7{,}1 - 6{,}6)$;

   в) $\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9}\right) : 0{,}5$.

2. Решите задачу.

   а) Туристы прошли 7 км, что составило одну треть запланированного пути. Какое расстояние планировали пройти туристы?

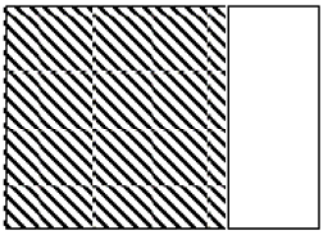
   б) Баррель нефти стоил 92 доллара. За четыре месяца нефть подорожала на 25%. Сколько стал стоить баррель нефти после подорожания?

   в) Бутылка воды стоит 8 р 60 коп. Сколько таких бутылок можно купить на 50 рублей?

3. Решите уравнение $7x - 4 - 5(x - 6) = 0$.

4. Из города А в город В выехал велосипедист со скоростью 16 км/ч. Через 3 часа вслед за ним выехал мотоциклист со скоростью 40 км/ч. Через какое время мотоциклист догонит велосипедиста?

5. От прямоугольной пластины со сторонами 12 см и 8 см отрезали прямоугольник площадью 72 см^2 (на рисунке отрезанная часть заштрихована).
   Найдите длины сторон оставшейся части пластины.



CCI

Московский институт открытого образования
Кафедра и лаборатория математики
Итоговый контроль по математике. 6 класс. 13 мая 2009г

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $-16 : (4 \cdot (-7) + 20)$;

б) $-32{,}2 : 0{,}23$;

в) $0{,}2 \cdot 3\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6}$.

2. Решите задачи.

а) Туристы проехали 60км, что составило $\frac{2}{3}$ всего пути. Найдите длину всего пути.

б) Билет на электричку стоит 40 р. Ожидается повышение цены на 10%. Какое наибольшее количество билетов можно будет купить на 300 р.?

в) Сколько рейсов понадобится сделать машине грузоподъемностью $1\frac{1}{4}$ т, чтобы перевести груз массой 6 т?

3. Решите уравнение: $2(0{,}6x - 3) - 3(-0{,}1x + 3) = 0$.

4. Одновременно из двух сел, расстояние между которыми 24 км, отправились навстречу друг другу велосипедист и пешеход. Через 1,5 часа они встретились. Определите скорость пешехода, если скорость велосипедиста 12 км/ч.

5. Прямоугольный участок, длина которого 90 м, а ширина составляет $\frac{2}{3}$ длины, обнесен забором из металлической сетки высотой 1,6 м. Найдите площадь металлической сетки.

Московский институт открытого образования
Кафедра и лаборатория математики
Итоговый контроль по математике. 6 класс. 13 мая 2009г

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $-20 : (13 + 6 \cdot (-3))$;

б) $3{,}84 : (-1{,}6)$;

в) $\frac{4}{5} \cdot 3\frac{5}{6} - 0{,}8 \cdot \frac{1}{3}$.

2. Решите задачи.

а) Дачники переработали 8 кг клубники, что составило $\frac{4}{5}$ всего урожая. Каков весь урожай клубники?

б) Билет на электричку стоит 40 р. Ожидается понижение цены на 10%. Какое наибольшее количество билетов можно будет купить на 500 р.?

в) Сколько рейсов понадобится машине грузоподъемностью $1\frac{1}{3}$ т, чтобы перевести груз массой 10т?

3. Решите уравнение: $4(0{,}7x - 4) - 3(-0{,}2x + 6) = 0$.

4. Из двух сел, расстояние между которыми 35 км, одновременно вышел пешеход и вдогонку ему выехал велосипедист. Скорость велосипедиста 18 км/ч, скорость пешехода 4 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 1,5 часа?

5. Длина комнаты 8 м, ширина составляет $\frac{7}{8}$ длины, а высота равна 2,6 м. Стены комнаты собрались покрасить. Найдите площадь покраски.

ССП

Московский институт открытого образования
Кафедра и лаборатория математики

Итоговый контроль по математике. 6 класс. 12 мая 2010 г.

Вариант 1

1. Выполните действия:

а) $(18-23)\cdot(-32+28):(-10)$;

б) $0{,}9\cdot(-0{,}2)-0{,}6\cdot(-0{,}2)$;

в) $\left(\frac{2}{9}-\frac{5}{6}\right)\cdot(0{,}36:0{,}02)$.

2. Решите задачи:

а) Длина дороги между двумя городами 45 км. Отремонтировали 15% длины дороги. Сколько километров дороги отремонтировали?

б) За контрольную работу $\frac{2}{3}$ учеников класса получили оценку «четыре». Сколько учеников получили оценку «четыре», если в классе 24 ученика?

в) Теплоход рассчитан на 980 пассажиров и 30 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

3. Решите уравнение: $5\cdot(x+5)-(3-2x)=1$.

4. Катер проплывает расстояние между двумя поселками, стоящими на берегу реки, за 3 часа против течения и за 2 часа 20 минут по течению реки. Скорость течения реки 3 км/ч. Какова собственная скорость катера?

5. Два прямоугольника имеют одинаковую площадь. Длина первого прямоугольника 8 см, а его периметр 40 см. Ширина второго прямоугольника 12,8 см. Найдите длину второго прямоугольника.

Московский институт открытого образования
Кафедра и лаборатория математики

Итоговый контроль по математике. 6 класс. 12 мая 2010 г.

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $(-7+17)\cdot(-25+18):(-10)$;

б) $-0{,}3\cdot0{,}8-(-0{,}3)\cdot0{,}6$;

в) $\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{8}\right)\cdot(0{,}48:0{,}02)$.

2. Решите задачи:

а) Весь путь 50 км. Проселочная дорога составляет 25% всего пути. Сколько километров составляет проселочная дорога?

б) В классе 24 человека. $\frac{3}{8}$ учащихся класса составляют девочки. Сколько девочек в классе?

в) Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

3. Решите уравнение: $5\cdot(2+3x)-(7x-10)=4$.

4. Моторная лодка, двигаясь против течения реки, проплыла расстояние от турбазы до города за 3 часа, а обратный путь за 2 часа 15 минут. Скорость течения реки 4 км/ч. Какова собственная скорость лодки?

5. Два прямоугольника имеют одинаковую площадь. Длина одного прямоугольника равна 7,5 см, а ширина 6,4 см. Ширина второго прямоугольника 4 см. Найдите периметр второго прямоугольника.

Кафедра математики

Итоговый контроль по математике.
6 класс. 12 мая 2011 г.
1 вариант

№1. Найдите значение выражения:

а) $40 : (-5 - 3)$;

б) $13{,}8 \cdot 1{,}6 - 13{,}8 \cdot \frac{3}{5}$;

в) $57 : 3\frac{6}{17} - 17{,}8 + 1$.

№2. Найдите:

а) $\frac{4}{7}$ от 28; б) 35% от 70; в) число, $\frac{5}{8}$ которого равны 40.

№3. Решите уравнение

$6(y - 3) - (y - 1) = 19$.

№4. Из двух городов, расстояние между которыми равно 625 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Найдите скорость первого автомобиля, если скорость второго равна 60 км/ч и автомобили встретились через 5 часов после выезда.

№5. Треугольник и квадрат имеют одинаковые периметры. Стороны треугольника равны 6 см, 8 см и 10 см. Чему равна площадь квадрата?

2 вариант

№1. Найдите значение выражения:

а) $32 : (-8 + 4)$;

б) $17{,}6 \cdot 1{,}8 - 17{,}6 \cdot \frac{4}{5}$;

в) $29 : 2\frac{3}{13} - 13{,}6 + 1$.

№2. Найдите:

а) $\frac{7}{9}$ от 81; б) 45% от 70; в) число, $\frac{5}{9}$ которого равны 45.

№3. Решите уравнение

$5(x - 2) - (x - 1) = 9$.

№4. Из двух городов, расстояние между которыми равно 480 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля, если скорость первого равна 50 км/ч и автомобили встретились через 4 часа после выезда.

№5. Прямоугольник и квадрат имеют одинаковые периметры. Чему равна площадь квадрата, если стороны прямоугольника равны 5 см и 9 см?

МИОО, 2011 г.

Кафедра математики

Итоговый контроль по математике.
6 класс. 12 мая 2011 г.
1 вариант

№1. Найдите значение выражения:

а) $40 : (-5 - 3)$;

б) $13{,}8 \cdot 1{,}6 - 13{,}8 \cdot \frac{3}{5}$;

в) $57 : 3\frac{6}{17} - 17{,}8 + 1$.

№2. Найдите:

а) $\frac{4}{7}$ от 28; б) 35% от 70; в) число, $\frac{5}{8}$ которого равны 40.

№3. Решите уравнение

$6(y - 3) - (y - 1) = 19$.

№4. Из двух городов, расстояние между которыми равно 625 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Найдите скорость первого автомобиля, если скорость второго равна 60 км/ч и автомобили встретились через 5 часов после выезда.

№5. Треугольник и квадрат имеют одинаковые периметры. Стороны треугольника равны 6 см, 8 см и 10 см. Чему равна площадь квадрата?

2 вариант

№1. Найдите значение выражения:

а) $32 : (-8 + 4)$;

б) $17{,}6 \cdot 1{,}8 - 17{,}6 \cdot \frac{4}{5}$;

в) $29 : 2\frac{3}{13} - 13{,}6 + 1$.

№2. Найдите:

а) $\frac{7}{9}$ от 81; б) 45% от 70; в) число, $\frac{5}{9}$ которого равны 45.

№3. Решите уравнение

$5(x - 2) - (x - 1) = 9$.

№4. Из двух городов, расстояние между которыми равно 480 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля, если скорость первого равна 50 км/ч и автомобили встретились через 4 часа после выезда.

№5. Прямоугольник и квадрат имеют одинаковые периметры. Чему равна площадь квадрата, если стороны прямоугольника равны 5 см и 9 см?

МИОО, 2011 г.

Олмат

онлайн-школа · олимпиадная математика, программирование, экономика, физика

Учим детей с 0 по 11 класс математике, программированию, экономике и физике — глубже школьной программы, онлайн, с преподавателями из МГУ, МФТИ и ВШЭ. Каждый год у нас занимается больше 1000 учеников, и они поступают в сильные школы и вузы: во Вторую школу, 179-ю, СУНЦ МГУ, «Воробьёвы горы», на смены в «Сириус».



Преподаватели и кураторы Олмат

Как у нас устроено

- **Группы строго по уровню.** От тех, кто начинает с нуля, до призёров всероса — ребёнок попадает к равным по силе, а не скучает и не тонет.
- **Живые занятия, а не записи.** Онлайн один-два раза в неделю, каждую домашнюю работу проверяет преподаватель, раз в месяц — тренировочная олимпиада.
- **Отбор преподавателей.** Из тридцати кандидатов берём одного. Среди преподавателей — победители и призёры всероса, студенты и выпускники МГУ, МФТИ и ВШЭ.

132	180	9 из 10	5,0
диплома финала ВсОШ 2025/26	призёров Мат-праздника в 2026	поступают в топ-вузы по олимпиадам	рейтинг в Яндексе, 500+ отзывов в ВК

Ребёнок сам захочет решать — и дойдёт до диплома

«Сам бежит к компьютеру, ещё дорешивает после занятия» — про это пишет каждый седьмой родитель в отзывах. Начать можно с базового курса: 0–9 класс, есть лицензия — налоговый вычет или оплата маткапиталом.

olmath.ru/zoomgroups

На странице — программа, расписание и цены.

Не готовы записываться — подпишитесь

В каналах Олмат — разборы олимпиадных задач, анонсы туров и подборки для самостоятельной подготовки.

MAX: **max.ru/id9715500368_biz**

Telegram: **t.me/olmath**

MAX

Telegram

Материал подготовлен школой или организатором олимпиады и публикуется в справочных целях. Олмат не является его автором.